Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства
та природокористування
Кафедра вищої математики

085-130

МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ І ЗАВДАННЯ

до виконання контрольної роботи
з дисципліни ***„Вища математика”***
для студентів II курсу напрямів підготовки
6.060103 „Гідротехніка” (водні ресурси) та
6.060101 „Будівництво” заочної форми навчання

Рекомендовано
методичною комісією
напряму підготовки
6.060103 „Гідротехніка”
протокол №10 від 27.05.2008 р.
та методичною комісією
напряму підготовки
6.060101 „Будівництво”
протокол №13 від 23.05.2008 р.

Рівне – 2008

Методичні поради і завдання до виконання контрольної роботи з дисципліни „Вища математика" для студентів II курсу напрямів підготовки 6.060103 „Гідротехніка" (водні ресурси) та 6.060101 „Будівництво" заочної форми навчання / Сяський В.О. – Рівне: НУВГП, 2008. – 27 с.

Упорядник: Сяський В.О., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Рецензенти: Антонюк Р.А., кандидат технічних наук, доцент;
Карпович І.М., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Відповідальний за випуск: Ярмуш Я.І., кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри вищої математики.

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ

Дані методичні поради написані для студентів другого курсу напрямів підготовки 6.060103 та 6.060101 заочної форми навчання.

Зміст контрольних робіт та їх послідовність відповідають робочій програмі курсу „Вища математика" (програма додається).

Кожну контрольну роботу бажано виконувати в окремому зошиті, на зовнішній обкладинці якого повинні бути вказані прізвище, ім'я, по батькові студента, номер групи, назва спеціальності, повний шифр, номер контрольної роботи та дата її відправлення до університету.

Розв'язки всіх задач та пояснення до них повинні бути короткими, але обґрунтованими. При необхідності варто посилатися на відповідні питання теорії з використаних формул, теорем тощо. Рисунки та графіки потрібно виконувати акуратно, з дотриманням масштабу у вибраній системі координат, пояснення до задач повинні відповідати позначенням на рисунку. Для зауважень рецензента необхідно на кожній сторінці залишати поля шириною 3 – 4 см.

Отримавши зауваження рецензента, студент у тому ж зошиті повинен виправити допущені помилки і подати роботу на повторне рецензування.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высш. шк., 1977.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.
3. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа (для втузов). – М.: Наука, - 1971.
4. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. – М.: Наука, – 1973.
5. Шнейдер В.Е., Слуцкий А.И., Шумов А.С. Кратный курс высшей математики .т. 1,2. – М.: Наука, – 1980.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. – М.: Наука, – 1978.
7. Бугір М.К. Математика для економістів. Навчальний посібник. – Тернопіль: Підручники і посібники, 1998.
8. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. – Ч. 1 – 3. – М.: Высш. шк., 1986.
9. Антонюк Р.А. Вища математика. Навчальний посібник. – Рівне: НУВГП, – 2005.

РОБОЧА ПРОГРАМА
Частина ІІ

Розділ 7. Функції декількох змінних.

1. Функція двох змінних: означення, способи завдання, область існування, графічне зображення. Поняття функції багатьох змінних. Поняття границі та неперервності функції двох змінних в точці і в області.

2. Частинний і повний прирости функції двох змінних. Частинні похідні функції декількох змінних. Геометричний зміст частинних похідних функції двох змінних.

3. Диференційовність функції двох змінних в точці. Повний диференціал. Диференціювання складних та неявно заданих функцій однієї і декількох змінних. Частинні похідні вищих порядків.

4. Похідна за напрямком і градієнт скалярного поля. Звичайні та особливі точки поверхні. Рівняння дотичної прямої і нормальної площини до просторової кривої та дотичної площини і нормалі до поверхні.

5. Екстремум функції декількох змінних. Необхідні умови екстремуму. Стаціонарні і критичні точки. Достатні умови екстремуму функції двох змінних. Найбільше та найменше значення функції двох змінних в обмеженій замкненій області.

Розділ 8. Інтегральне числення функцій декількох змінних.

1. Поняття подвійного інтеграла, його геометричний зміст і властивості. Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах. Подвійний інтеграл в полярних координатах і його обчислення. Обчислення об'ємів тіл і площ плоских фігур за допомогою подвійного інтеграла.

2.Поняття потрійного інтеграла, його основні властивості. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах. Обчислення об'єму тіла за допомогою потрійного інтеграла. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних і сферичних координатах.

3. Обчислення за допомогою кратних інтегралів маси, статичних моментів, моментів інерції та координат центра мас плоскої фігури і тіла.

4. Задачі, що приводить до поняття криволінійного інтеграла по довжині дуги, означення, теорема існування, властивості та обчислення. Застосування криволінійного інтеграла 1-го роду (довжина дуги, маса, моменти інерції та координати центра мас матеріальної кривої).

5. Поняття криволінійного інтеграла по координатах, основні властивості, фізичний зміст та обчислення. Формула Гріна про зв'язок між криволінійним інтегралом по замкненому контуру і подвійним інтегралом по області, яка обмежена цим контуром. Обчислення з допомогою криволінійного інтеграла роботи та площі плоскої фігури.

6. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Знаходження функції за її повним диференціалом.

Розділ 9. Ряди.

1. Поняття числового ряду. Збіжність і сума ряду. Основні теореми про збіжні числові ряди. Необхідна ознака збіжності числових рядів, її недостатність.

2. Достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними членами. Знакозмінні і знакопочережні числові ряди. Абсолютна і умовна збіжність. Теорема Лейбніца.

3. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності степеневого ряду. Основні властивості степеневих рядів.

4. Ряди Тейлора і Маклорена. Необхідна і достатня умови розкладу функції в ряд Тейлора. Розклад в степеневий ряд функцій: e^x, sinx, cosx, $(1+x)^\alpha$, 1/(1+x), ln(1+x), arctgx. Застосування степеневих рядів до наближеного обчислення значень функцій і визначених інтегралів та наближеного інтегрування диференціальних рівнянь.

Розділ 10. Основи теорії ймовірностей.

1. Елементи комбінаторики. Біном Ньютона. Події, їх класифікація. Імовірність події. Безпосередній підрахунок ймовірностей. Класична формула ймовірностей. Статистична ймовірність.

2. Сума і добуток подій. Теореми додавання і множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Бейєса.

3. Повторення дослідів. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна теореми Лапласа. Формула Пуассона.

4. Випадкові величини. Закон розподілу дискретної випадкової величини (ВВ). Математичні операції над дискретними ВВ. Математичне сподівання M(X) дискретної ВВ, його імовірнісний зміст. Властивості M(X). Дисперсія D(X) і середнє квадратичне відхилення дискретної ВВ. Властивості дисперсії. M(X) і D(X) біноміального розподілу.

5. Неперервні ВВ. Функція розподілу та її властивості. Щільність розподілу та її властивості. Імовірнісний зміст щільності розподілу. Числові характеристики неперервних ВВ.

6. Нормальний закон розподілу, імовірнісний зміст його параметрів. Графік кривої Гауса, вплив на нього параметрів розподілу. Імовірності попадання в заданий інтервал та заданого відхилення. Правило трьох сигм.

7. Рівномірний розподіл. Характеристики положення ВВ (мода, медіана). Оцінка відхилення теоретичного розподілу від нормального. Асиметрія і ексцес.

ПОРАДИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Перед виконанням кожної контрольної роботи студент вивчає відповідний теоретичний матеріал, розбирає приклади розв'язаних задач, розв'язує типові задачі до кожної теми. Далі, за таблицею варіантів, студент знаходить свій варіант завдань за двома останніми цифрами свого учбового шифру. Наприклад, нехай останні дві цифри в учбовому шифрі студента – 21. В таблиці варіантів навпроти цього числа стоять літери **л**, **к**, **і**, **и**, **з**, **ж**. Літера „**л**" стоїть у стовпці під завданням з номером 1, літера „**к**" – під завданням 2 і т.д. Отже, в кожній контрольній роботі студент вибирає в завданні 1 варіант **л)**, в завданні 2 – варіант **к)**, в завданні 3 – варіант **і)** і т.д.

Зупинимось на тематиці кожної контрольної роботи і наведемо приклади розв'язання окремих задач.

1. Контрольна робота №3 складається з 6 завдань. Вони відповідають теоретичному матеріалу розділів 7, 8 робочої програми.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Приклад 1. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$.

Розв'язання. 1). Знаходимо стаціонарні точки функції:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y - 3, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = x + 2y - 6;$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial z}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x + 2y - 6 = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 0 \\ e = 3 \end{cases} \Rightarrow P(0;\,3) - \text{стаціонарна точка.}$$

2). Знаходимо значення частинних похідних другого порядку в точці $P(0;\,3)$:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 1, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2;$$

$$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(P) = 2, \quad B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(P) = 1, \quad C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(P) = 2.$$

3). Обчислюємо визначник $\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2 = 2\cdot 2 - 1 = 3$.

Оскільки $\Delta > 0$ і $A = 2 > 0$, то в точці $P(0;\ 3)$ функція $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$ має мінімум. При цьому $z_{\min} = 9$.

Приклад 2. Побудувати область D, обмежену лініями $x = y^2 - 2y$, $x = y$, і записати подвійний інтеграл $\iint\limits_D f(x, y)dxdy$ за допомогою повторного (двома способами), а також знайти площу області D.

Розв’язання. Спочатку наведемо деякий теоретичний матеріал.

Якщо область D є правильною в напрямі осі Oy, тобто $D = \{(x, y) | \varphi_1(x) \le y \le \varphi_2(x),\quad a \le x \le b\}$ (рис. 1), де $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$ – неперервні на сегменті $[a, b]$ функції, то подвійний інтеграл зводиться до повторного інтегрування за формулою

$$\iint\limits_D f(x, y)\,dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y)\,dy .$$

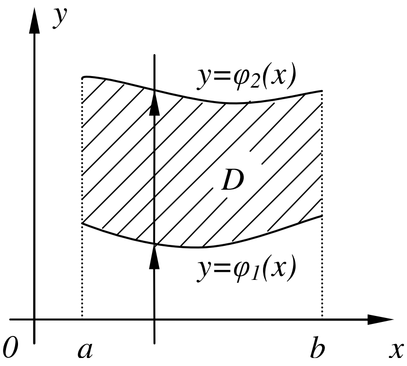


Рис. 1

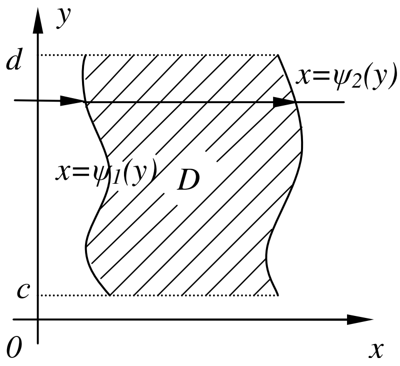


Рис. 2

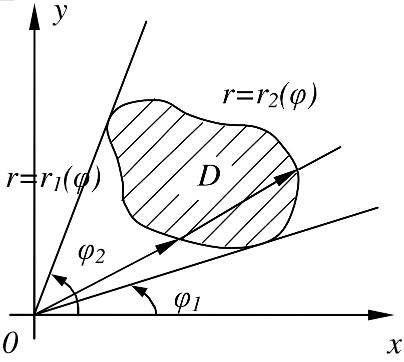


Рис. 3

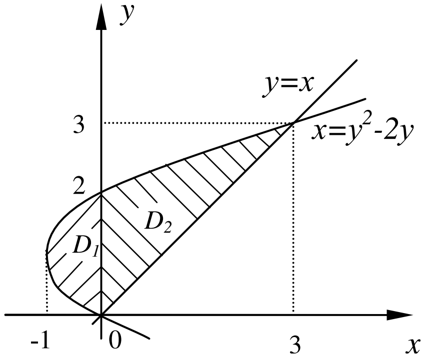


Рис. 4

Якщо область D є правильною в напрямі осі Ox, тобто $D=\{(x,\ y)|\psi_1(y)\le x\le\psi_2(y),\quad c\le y\le d\}$ (рис. 2), де $\psi_1(y)$ і $\psi_2(y)$ – неперервні на сегменті $[c,\ d]$ функції, то

$$\iint\limits_D f(x,\ y)\,dxdy=\int\limits_c^d dy\int\limits_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x,\ y)\,dx\,.$$

При переході до полярних координат r і φ за формулами $x=r\cos\varphi$, $y=r\sin\varphi$ і якщо $D=\{(r,\ \varphi)|r_1(\varphi)\le r\le r_2(\varphi),\quad \varphi_1\le\varphi\le\varphi_2\}$ (рис. 3), де $r_1(\varphi)$ і $r_2(\varphi)$ – неперервні на сегменті $[\varphi_1,\ \varphi_2]$ функції, то

$$\iint\limits_D f(x,\ y)\,dxdy=\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi\int\limits_{r_1(\varphi)}^{r_2(\varphi)} f(r\cos\varphi,\ r\sin\varphi)\,rdr\,.$$

Площа S плоскої області D обчислюється за формулою $S=\iint\limits_D dxdy$.

Тепер перейдемо до розв’язання поставленої задачі. З рис. 4, на якому зображено область D, видно, що вона є правильною в напрямі осі Ox. Знайдемо точки перетину ліній, що обмежують область:

$$\begin{cases} x=y^2-y \\ y=x \end{cases}\Rightarrow y=y^2-2y\Rightarrow\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=0 \end{cases},\ \begin{cases} x_2=3 \\ y_2=3 \end{cases}.$$

Тоді $\iint\limits_D f(x, y)\,dxdy = \int\limits_0^3 dy \int\limits_{y^2-y}^{y} f(x, y)\,dx$.

Якщо внутрішнє інтегрування провести по y, а зовнішнє – по x (тобто вважати область інтегрування правильною в напрямі осі Oy), то дану область треба розбити на дві частини D_1 і D_2 (рис. 4). Знайдемо обернені функції:

$y^2 - 2y - x = 0 \Rightarrow y_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+x} \Rightarrow y_1 = 1 - \sqrt{1+x}, \quad y_2 = 1 + \sqrt{1+x};$

$x = y \Rightarrow y = x.$

$$D_1 = \left\{(x, y)\middle| -1 \le x \le 0, \quad 1 - \sqrt{1+x} \le y \le 1 + \sqrt{1+x}\right\}.$$

$$D_2 = \left\{(x, y)\middle| 0 \le x \le 3, \quad x \le y \le 1 + \sqrt{1+x}\right\}.$$

Тоді $\iint\limits_D f(x, y)\,dxdy = \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{1-\sqrt{1+x}}^{1+\sqrt{1+x}} f(x, y)\,dy + \int\limits_0^3 dx \int\limits_x^{1+\sqrt{1+x}} f(x, y)\,dy$.

Тепер знайдемо площу області D:

$$S_D = \iint\limits_D dxdy = \int\limits_0^3 dy \int\limits_{y^2-y}^{y} dx = \int\limits_0^3 (y - y^2 + 2y)dy = \int\limits_0^3 (3y - y^2)dy = \frac{9}{2}.$$

2. Контрольна робота №4 складається з 6 завдань. Вони відповідають теоретичному матеріалу розділів 9, 10 робочої програми.

Приклад 1. Знайти область збіжності ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2n+1}$.

Розв’язання. Розглянемо ряд з абсолютних величин і застосуємо до нього ознаку Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(x-3)^n}{2n+1} \right|, \qquad u_n = \left| \frac{(x-3)^n}{2n+1} \right| \Rightarrow u_{n+1} = \left| \frac{(x-3)^{n+1}}{2n+3} \right|;$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{(x-3)^{n+1} \cdot (2n+1)}{(2n+3) \cdot (x-3)^n} \right| = |x-3|.$$

За ознакою Даламбера ряд збіжний, якщо $|x-3|<1$ або $-1<x-3<1 \Rightarrow 2<x<4$. Отже, $(2;\ 4)$ – інтервал збіжності. Щоб знайти область збіжності дослідимо збіжність ряду в крайніх точках інтервалу збіжності.

При $x=2$ маємо ряд $-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{9}-\ldots=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2n+1}$. Цей ряд збіжний за ознакою Лейбніца, оскільки $\dfrac{1}{3}>\dfrac{1}{5}>\dfrac{1}{7}>\ldots$ і $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{2n+1}=0$.

При $x=4$ маємо ряд $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{9}+\ldots=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2n+1}$, який є розбіжним, що можна довести, порівнюючи цей ряд з гармонічним або використавши інтегральну ознаку. Справді, $\int\limits_{1}^{\infty}\dfrac{dx}{2x+1}=\dfrac{1}{2}\ln|2x+1|\Big|_1^{\infty}=\infty$ є розбіжним, отже, буде розбіжним і ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2n+1}$.

Таким чином, областю збіжності даного ряду є проміжок $[2;\ 4)$.

<u>Приклад 2.</u> Обчислити з точністю до 0,001 інтеграл $\int\limits_0^{\frac{1}{3}} e^{-x^2}dx$.

<u>Розв'язання.</u> Оскільки $e^x=1+\dfrac{x}{1!}+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+\ldots$, то

$$e^{-x^2}=1-x^2+\frac{x^4}{2}-\frac{x^6}{6}+\ldots\Rightarrow\int\limits_0^{\frac{1}{3}}e^{-x^2}dx=\int\limits_0^{\frac{1}{3}}\left(1-x^2+\frac{x^4}{2}-\frac{x^6}{6}+\ldots\right)dx=$$

$$=\left(x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{10}-\frac{x^7}{42}+\ldots\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}-\frac{1}{3\cdot 3^3}+\frac{1}{10\cdot 3^5}-\frac{1}{42\cdot 3^7}+\ldots\,.$$

Дістали ряд Лейбніца. Зважаючи на те, що $\frac{1}{3} > 0{,}001$; $\frac{1}{3\cdot 3^3} = \frac{1}{81} > 0{,}001$; $\frac{1}{10\cdot 3^5} = \frac{1}{2340} < 0{,}001$, з точністю до $0{,}001$ маємо

$$\int_0^{\frac{1}{3}} e^{-x^2}dx \approx \frac{1}{3} - \frac{1}{81} = 0{,}321.$$

<u>Приклад 3.</u> Щоденна кількість сировини, яка протягом деякого періоду відпускалась підприємством споживачам, наведена в таблиці.

Щоденна кількість, т	560	640	700	780
Кількість днів	7	15	16	12

Знайти закон розподілу і обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)* та середнє квадратичне відхилення *σ(X)* щоденного об'єму поставок сировини.

<u>Розв'язання.</u> Дискретна випадкова величина (ДВВ) X – щоденний об'єм поставок сировини. Її можливі значення: x_1=560, x_2=640, x_3=700, x_4=780. Сировина, поставлялась протягом 7+15+16+12=50 днів. Знаходимо ймовірності:

$$p_1 = P(X = 560) = \frac{7}{50} = 0{,}14; \quad p_2 = 0{,}3; \quad p_3 = 0{,}32; \quad p_4 = 0{,}24.$$

Отже, закон розподілу ДВВ X має вигляд:

X	560	640	700	780
P	0,14	0,3	0,32	0,24

Знаходимо числові характеристики ДВВ X:

$M(X)$=560·0,14+640·0,3+700·0,32+780·0,24=681,6;

$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=560^2\cdot 0{,}14+640^2\cdot 0{,}3+700^2\cdot 0{,}32+780^2\cdot 0{,}24-$
$-681{,}6^2=5021{,}44$;

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{5021{,}44} \approx 70{,}86.$$

Приклад 4. Неперервна випадкова величина (НВВ) X задана функцією розподілу $F(x)$:

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0,\\ kx^2 & \text{при} \quad 0\le x\le 1,\\ 1 & \text{при} \quad x>1.\end{cases}$$

Потрібно:

1) знайти щільність розподілу ймовірностей $f(x)$ і число k ;

2) обчислити математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення випадкової величини X;

3) знайти ймовірність того, що X набуде значення з інтервалу ($\frac{1}{2}$; 2);

4) побудувати графіки функцій $F(x)$ та $f(x)$.

Розв'язання. 1). Знаходимо щільність розподілу $f(x)$:

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0,\\ 2kx & \text{при} \quad 0\le x\le 1,\\ 0 & \text{при} \quad x>1.\end{cases}$$

Для визначення коефіцієнта k використаємо умову нормування щільності розподілу, тобто $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$. Оскільки $\int\limits_{0}^{1} 2kx\,dx=1 \Rightarrow k=1$.

Отже, функція розподілу ймовірностей $F(x)$ та щільність розподілу $f(x)$ мають вигляд:

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0,\\ x^2 & \text{при} \quad 0\le x\le 1,\\ 1 & \text{при} \quad x>1;\end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0,\\ 2x & \text{при} \quad 0\le x\le 1,\\ 0 & \text{при} \quad x>1.\end{cases}$$

2). Знаходимо числові характеристики НВВ X:

$$M(X)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,dx=\int\limits_{0}^{1} 2x^2dx=\frac{2}{3}x^3\Big|_0^1=\frac{2}{3},$$

$$D(X)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}x^2 f(x)\,dx-M^2(X)=\int\limits_0^1 2x^3dx-\frac{4}{9}=\left.\frac{x^4}{2}\right|_0^1-\frac{4}{9}=\frac{1}{2}-\frac{4}{9}=\frac{1}{18},$$

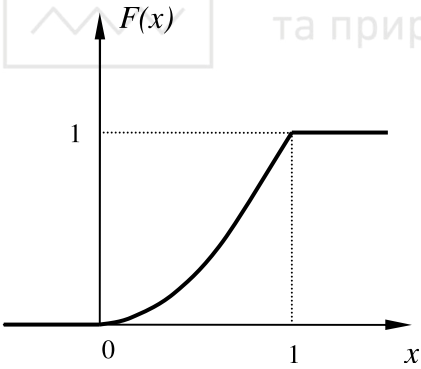
$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\frac{\sqrt{2}}{6}\approx 0{,}236\,.$$

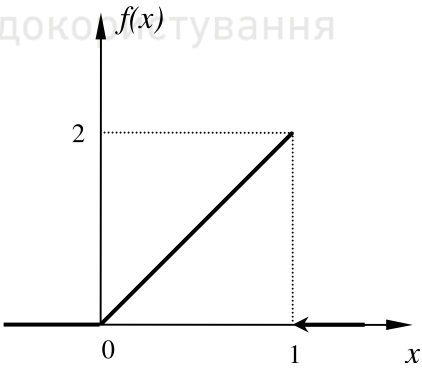
3). Ймовірність того, що значення НВВ X належать проміжку (α; β), визначається за формулою: $P(\alpha<X<\beta)=F(\beta)-F(\alpha)=\int\limits_{\alpha}^{\beta}f(x)\,dx$.

У нашому випадку: $P\left(\frac{1}{2}<X<2\right)=F(2)-F\left(\frac{1}{2}\right)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$, або

$$P\left(\frac{1}{2}<X<2\right)=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}f(x)\,dx=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}2x\,dx+\int\limits_{1}^{2}0\cdot dx=\left.x^2\right|_{0,5}^{1}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}.$$

4). Будуємо графіки функцій $F(x)$ та $f(x)$.





ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

№ варіанта (останні дві цифри шифру)	Номери завдань						№ вар.	Номери завдань					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
01	а	б	в	г	д	е	26	ж	е	д	г	в	б
02	б	в	г	д	е	ж	27	е	д	г	в	б	а
03	в	г	д	е	ж	з	28	д	г	в	б	а	р
04	г	д	е	ж	з	и	29	г	в	б	а	р	о
05	д	е	ж	з	и	і	30	в	б	а	р	о	н
06	е	ж	з	и	і	к	31	б	а	р	о	н	м
07	ж	з	и	і	к	л	32	а	р	о	н	м	л
08	з	и	і	к	л	м	33	а	в	д	ж	и	к
09	и	і	к	л	м	н	34	в	д	ж	и	к	м
10	і	к	л	м	н	о	35	д	ж	и	к	м	о
11	к	л	м	н	о	р	36	ж	и	к	м	о	а
12	л	м	н	о	р	а	37	и	к	м	о	а	в
13	м	н	о	р	а	б	38	к	м	о	а	в	д
14	н	о	р	а	б	в	39	м	о	а	в	д	ж
15	о	р	а	б	в	г	40	о	а	в	д	ж	и
16	р	а	б	в	г	д	41	б	г	е	з	і	л
17	р	о	н	м	л	к	42	г	е	з	і	л	н
18	о	н	м	л	к	і	43	е	з	і	л	н	р
19	н	м	л	к	і	и	44	з	і	л	н	р	б
20	м	л	к	і	и	з	45	і	л	н	р	б	г
21	л	к	і	и	з	ж	46	л	н	р	б	г	е
22	к	і	и	з	ж	е	47	н	р	б	г	е	з
23	і	и	з	ж	е	д	48	р	б	г	е	з	і
24	и	з	ж	е	д	г	49	а	в	е	и	л	о
25	з	ж	е	д	г	в	50	в	е	и	л	о	б

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
(продовження)

№ варіанта (останні дві цифри шифру)	Номери завдань						№ вар.	Номери завдань					
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
51	е	и	л	о	б	д	76	а	н	к	з	д	б
52	и	л	о	б	д	з	77	н	к	з	д	б	о
53	л	о	б	д	з	к	78	к	з	д	б	о	л
54	о	б	д	з	к	н	79	з	д	б	о	л	и
55	б	д	з	к	н	а	80	д	б	о	л	и	е
56	д	з	к	н	а	г	81	б	о	л	и	е	в
57	з	к	н	а	г	ж	82	а	д	и	м	б	е
58	к	н	а	г	ж	і	83	д	и	м	б	е	і
59	н	а	г	ж	і	м	84	и	м	б	е	і	н
60	а	г	ж	і	м	р	85	м	б	е	і	н	в
61	г	ж	і	м	р	в	86	б	е	і	н	в	ж
62	ж	і	м	р	в	е	87	е	і	н	в	ж	к
63	і	м	р	в	е	и	88	і	н	в	ж	к	о
64	м	р	в	е	и	л	89	н	в	ж	к	о	г
65	р	в	е	и	л	о	90	в	ж	к	о	г	з
66	о	л	и	е	в	р	91	ж	к	о	г	з	л
67	л	и	е	в	р	м	92	к	о	г	з	л	р
68	и	е	в	р	м	і	93	о	г	з	л	р	д
69	е	в	р	м	і	ж	94	г	з	л	р	д	и
70	в	р	м	і	ж	г	95	з	л	р	д	и	м
71	р	м	і	ж	г	а	96	л	р	д	и	м	а
72	м	і	ж	г	а	н	97	р	д	и	м	а	е
73	і	ж	г	а	н	к	98	д	и	м	а	е	і
74	ж	г	а	н	к	з	99	и	м	а	е	і	н
75	г	а	н	к	з	д	00	м	а	е	і	н	б

ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Контрольна робота №3

Завдання 1.

Знайти $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а) $z=(x-y)e^{-y}-x$;

б) $z=e^{x+2y}+\sqrt{x+2y}$;

в) $z=\ln(x^2+e^{-3y})$;

г) $z=(2+y^2)\ln x$;

д) $z=e^{-\cos(2y+x)}$;

е) $z=\cos(y^2-2x^3)$;

ж) $z=\cos(x+1)-y^2\sin x$;

з) $z=\ln(x+3y)-x^2y$;

и) $z=\ln\sqrt{x^2+y^2}$;

і) $z=\ln(x^2+xy+y^2)$;

к) $z=arctg(xy)$;

л) $z=\sin^2(x+2y)$;

м) $z=\ln(x+e^{-3y})$;

н) $z=ye^{x+y}$;

о) $z=x+arctg\,\dfrac{x}{y}$;

р) $z=3xy-\dfrac{y^2}{x}$.

Завдання 2.

Дано функцію $z=f(x, y)$, точку $M(x_0;\ y_0)$ і вектор $\vec{a}=(a_x;\ a_y)$. Знайти градієнт функції z в точці M і похідну в цій точці за напрямом вектора $\vec{a}$.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а)	$z=x^3+2xy+y^3$,	M (1; 1),	$\vec{a}=$ (5; 12);
б)	$z=\ln(x^2-xy)$,	M (5; 1),	$\vec{a}=$ (3; 4);
в)	$z=arctg(xy^2)$,	M (2; 2),	$\vec{a}=$ (6; 8);
г)	$z=\ln(x^2y)+y^3$,	M (3; 1),	$\vec{a}=$ (-5; -12);

д) $z = x^4 - 5xy + y^2$, M (1; -1), $\vec{a} =$ (-3; 4);

е) $z = arctg(x + y^2)$, M (1; 3), $\vec{a} =$ (-6; -8);

ж) $z = \ln(xy) + y^2$, M (1; 1), $\vec{a} =$ (-3; 4);

з) $z = \ln(x^2 + y^2)$, M (3; 2), $\vec{a} =$ (-6; 8);

и) $z = x^3 - xy + y^3$, M (2; -1), $\vec{a} =$ (5; -12);

і) $z = arctg(x^3 y)$, M (-2; 1), $\vec{a} =$ (6; -8);

к) $z = x^3 y - y^2 x$, M (2; -1), $\vec{a} =$ (3; 4);

л) $z = 5xy - 2\ln(xy)$, M (3; 2), $\vec{a} =$ (3; -4);

м) $z = 5x^2 + y^3 x$, M (1; -1), $\vec{a} =$ (-3; -4);

н) $z = 2x^2 - 2xy + y^3$, M (-2; -1), $\vec{a} =$ (5; -12);

о) $z = 5x^3 y + \ln(xy)$, M (2; 3), $\vec{a} =$ (-5; -12);

р) $z = \ln(x^2 y) - y^3$, M (2; 2), $\vec{a} =$ (-5; 12).

Завдання 3.
Дослідити дану функцію *z=f(x, y)* на екстремум.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а) $z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8$;

б) $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 2$;

в) $z = 3xy - x^2 - 4y^2 + 4x - 6y - 1$;

г) $z = 3x^2 + 3y^2 + 5xy + 4x + 7y + 5$;

д) $z = 3xy - x^2 - 3y^2 - 6x + 9y + 3$;

е) $z = x^2 + y^2 + 3xy - x - 4y + 1$;

ж) $z = x^2 + y^2 - xy + x + y + 2$;

з) $z = x^2 + y^2 + xy - 3x - 6y$;

и) $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y + 3$;

і) $z = 3x^2 + 3xy + y^2 - 6x - 2y + 1$;

к) $z = 6x - 8y - x^2 - y^2 - 20$;

л) $z = 5xy + 3x^2 + 3y^2 + x - y + 1$;

м) $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 4$;

н) $z = x^2 - xy + y^2 + x - 2y + 3$;

о) $z = x^2 + y^2 + xy - 2x - y + 5$;

р) $z = 3x^2 + y^2 + 3xy - 6x - 2y$.

Завдання 4.

Побудувати область D, обмежену даними лініями, і записати подвійний інтеграл $\iint_D f(x, y)dxdy$ за допомогою повторного (двома способами), а також знайти площу області D.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а) $y = x^3$, $x+y=2$, $x=-1$;

б) $y = x$, $xy=4$, $y=4$;

в) $y = x+1$, $x^2+y^2=1$, $y=0$;

г) $4y = x^2$, $x+y=3$, $y=0$;

д) $y=\ln x$, $y=1$, $x=0$, $y=0$;

е) $y^2=4x$, $x+y=3$, $y=0$;

ж) $xy=4$, $x= y$, $x=4$;

з) $4y= x^2$, $x+y=3$, $x=0$;

и) $x^2+y^2=4$, $x+y=2$, $y=0$;

і) $y^2=4x$, $x+y=3$, $x=0$;

к) $y=2- x^2$, $y= x$;

л) $y=- x^2$, $x- y=2$, $y=0$;

м) $y=2- x^2$, $y=- x$;

н) $y=- x^2$, $x+y=-2$, $y=0$;

о) $x^2+y^2=1$, $x- y=1$, $y=0$;

р) $y=3- x^2$, $y= x+1$.

Завдання 5.

Обчислити за допомогою потрійного інтеграла об'єм тіла, обмеженого даними поверхнями. Зробити рисунки даного тіла та його проекції на площину XOY.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а) $z=4-x^2, \quad x^2+y^2=4, \quad z=0$;
б) $z=0, \quad z=9-y^2, \quad x^2+y^2=9$;
в) $z=0, \quad z=y^2, \quad x^2+y^2=9$;
г) $z=0, \quad z=2-y, \quad x^2+y^2=4$;
д) $z=0, \quad z=4-x-y, \quad x^2+y^2=4$;
е) $z=3, \quad x^2+y^2=z+1$;
ж) $z=0, \quad z=x^2+y^2, \quad x^2+y^2=4$;
з) $z\geq 0, \quad z=x+y, \quad x^2+y^2=4$;
и) $z=0, \quad z=y^2, \quad x^2+y^2=1$;
і) $z\geq 0, \quad z=3y, \quad x^2+y^2=9$;
к) $z\geq 0, \quad z=y, \quad x^2+y^2=25$;
л) $z=0, \quad z=5-x^2-y^2, \quad x^2+y^2=4$;
м) $z=0, \quad z=y^2, \quad x^2+y^2=4$;
н) $z=x^2+y^2, \quad x^2+y^2=2z-4$;
о) $z=x^2+y^2, \quad x^2+y^2=12-2z$;
р) $z=4, \quad z=x^2+y^2$.

Завдання 6.

Обчислити безпосередньо і за формулою Гріна криволінійний інтеграл $\oint\limits_L 2ydx+4xdy$, де L – контур трикутника АВС, що оббігається проти руху годинникової стрілки. Зробити рисунок.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а)	A (1; 1),	B (3; 1),	C (2; 2);	б)	A (1; 2),	B (2; 3),	C (1; 4);
в)	A (1; 2),	B (3; 2),	C (2; 3);	г)	A (2; 2),	B (3; 3),	C (2; 4);
д)	A (2; 1),	B (4; 1),	C (3; 2);	е)	A (1; 3),	B (2; 4),	C (1; 5);
ж)	A (0; 1),	B (2; 1),	C (1; 2);	з)	A (0; 2),	B (1; 3),	C (0; 4);
и)	A (1; 0),	B (3; 0),	C (2; 1);	і)	A (1; 1),	B (2; 2),	C (1; 3);
к)	A (2; 0),	B (3; 1),	C (2; 2);	л)	A (3; 1),	B (4; 2),	C (3; 3);
м)	A (1; 1),	B (2; 2),	C (2; 0);	н)	A (2; 1),	B (3; 2),	C (4; 1);
о)	A (2; 0),	B (1; 1),	C (2; 2);	р)	A (1; 1),	B (0; 2),	C (1; 3).

Контрольна робота №4

Завдання 1.

Дослідити на збіжність числовий ряд 1); знайти область збіжності степеневого ряду 2).

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{2}{5}\right)^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{3^n}$.

б) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n\cdot 5^n}$.

в) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n^2+1)}$.

г) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot n!}{n^n}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n-1)\cdot 2^n}$.

д) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{3n^2-1}\right)^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{n!}$.

е) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^4+2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2\cdot 3^n}$.

ж) 1) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln^2 n}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{2^n(n+2)}$.

з) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(arctg\,\frac{1}{2n+1}\right)^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n\cdot 2^n}$.

и) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n^2+1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$.

і) 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n-1)!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\cdot x^n}{(n+1)\cdot 2^n}$.

к)

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+3n}{3n^2-2}\right)^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2\cdot 2^n}$.

л)

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n-1}}{(n-1)!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot x^n}{4^n}$.

м)

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot x^n}{n^2+1}$.

н)

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{7}{8}\right)^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n^3\cdot 4^n}$.

о)

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{n+3}{2n+5}\right)^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\cdot x^n}{2n-1}$.

р)

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{\frac{1}{n}}}{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n\cdot(n+3)}$.

Завдання 2.

Обчислити вказаний інтеграл з точністю до *0,001*, розклавши підінтегральну функцію в степеневий ряд і почленно його проінтегрувавши.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а) $\int_0^1 \sqrt[3]{x}\cos x\,dx$; б) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$; в) $\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{x}\cdot e^{-x}\,dx$;

г) $\int_0^{\frac{1}{4}} \ln(1+x^2)\,dx$; д) $\int_0^1 arctg\,\frac{x^2}{2}\,dx$; е) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{arctgx}{x}\,dx$;

ж) $\int_0^1 x\cos(x^3)\,dx$; з) $\int_0^{\frac{1}{4}} x\ln(1+\sqrt{x})\,dx$; и) $\int_0^1 \frac{\sin(x^2)}{x}\,dx$;

і) $\int_{0}^{0.5} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$; к) $\int_{0}^{1} \sin(x^2)\,dx$; л) $\int_{0}^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x}\,dx$;

м) $\int_{0}^{1} \cos\frac{x^2}{4}\,dx$; н) $\int_{0}^{1} \frac{1-\cos x}{x}\,dx$; о) $\int_{0}^{1} \sqrt{x}\sin x\,dx$;

р) $\int_{0}^{0,5} \frac{arctg(x^2)}{x^2}\,dx$.

Завдання 3.

Розв'язати задачу.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а). Заводом відправлені автомобілі за сировиною на три підприємства. Імовірність наявності потрібної сировини на першому підприємстві дорівнює 0,9, на другому - 0,95, на третьому - 0,8. Знайти ймовірність того, що тільки на одному підприємстві не буде потрібної сировини.

б). Надійшла достатньо велика партія цукру, розфасованого в мішки по 50 кг. Нормальною вважається маса від 49,95 до 50,05 кг. Імовірність того, що маса мішка менша 49,95 кг дорівнює 0,1; більша 50,05 - 0,05. Навмання взято два мішки з цієї партії. Знайти ймовірність того, що: а) обидва мають нормальну масу; б) маса обох мішків не відповідає нормі.

в). На станцію очищення стічних вод 40 % стоків надходить з першого підприємства, 25 % - з другого, а решта - з третього. Ймовірність появи в стічних водах солей важких металів для першого, другого і третього підприємств відповідно дорівнює 0,02; 0,04 та 0,06. Визначити ймовірність появи солей важких металів у всьому стоку.

г). Технологічна лінія виробництва деталей складається з агрегатів І, ІІ, ІІІ, що працюють незалежно один від одного. Імовірності виходу з ладу цих агрегатів протягом робочої зміни дорівнюють відповідно 0,08; 0,1; 0,15. Яка ймовірність аварійного зупинення лінії протягом зміни, якщо для цього достатньо відмови хоча б одного з агрегатів?

д). У ящику міститься 30 однотипних манометрів, причому 14 з них вищого сорту, а решта –першого сорту. Визначити ймовірність того, що із шести навмання взятих манометрів усі виявляться одного сорту.

е). На підприємстві дві лінії випускають прохолоджуючі напої. Ймовірність виходу з ладу кожної лінії протягом місяця дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що протягом місяця: а) вийде з ладу хоча б одна лінія; б) відмовить одна лінія.

ж). Продукція проходить три технологічні стадії обробітку. Ймовірність того, що вона виявиться бракованою після першої стадії, дорівнює 0,02, після другої - 0,03, після третьої - 0,05. Знайти ймовірність того, що продукція не буде забракована після трьох стадій. Вважається, що поява браку на окремих стадіях - незалежні події.

з). Характеристика сировини, потрібної для виготовлення деякої продукції, може міститися в трьох різних інтервалах з відповідними ймовірностями 0,2; 0,45; 0,35. Залежно від властивостей сировини ймовірності одержання продукції вищого ґатунку дорівнюють відповідно 0,65; 0,8; 0,92. Визначити ймовірність виготовлення продукції вищого ґатунку.

и). Перевірка партії фасованих макаронів по 0,5 кг дала такі результати: 30 % усіх пакетів мали масу по 498 г, 50 % - по 500, 20 % - по 502 г. З цієї партії навмання взяли два пакети. Знайти ймовірність того, що: а) обидва пакети мають однакову масу; б) загальна маса двох пакетів відхиляється від норми на 4 г.

і). Робітник обслуговує три вузли технологічної лінії. Імовірність того, що протягом зміни уваги робітника вимагає перший вузол, дорівнює 0,7, другий - 0,75, третій - 0,84. Знайти ймовірність того, що протягом зміни уваги робітника вимагатимуть будь-які два вузли.

к). Погіршення якості продукції може бути викликано трьома причинами $П_1$, $П_2$, $П_3$ з відповідними ймовірностями 0,5; 0,2; 0,3. Для уточнення причини проводиться додатковий аналіз, який дає позитивний результат з імовірністю, що дорівнює відповідно 0,4; 0,6; 0,4. Аналіз дав позитивний результат. Визначити найбільш вірогідну причину погіршення якості продукції та обчислити її імовірність.

л). На 12 посад ради правління, ревізійної комісії та спостережної ради акціонерного товариства відкритого типу "Водоканал" претендують 16 учасників річних зборів акціонерів, причому 14 із них - працівники водоканалу. Яка ймовірність того, що всі місця посядуть працівники водоканалу?

м). На склад надходить продукція з чотирьох конвеєрних ліній, причому частка кожної з них відповідно дорівнює 40, 30, 20, 10 %. Відомо, що ймовірність браку для першої лінії становить 0,005, для другої – 0,01, для третьої – 0,015, для четвертої – 0,02. Знайти ймовірність того, що взята навмання одиниця продукції не має браку.

н). Партія продукції вважається придатною для реалізації, якщо перевірена половина цієї партії містить не більше 2 % браку. Яка ймовірність того, що партія із 100 одиниць продукції, в якій 5 % браку, буде допущена до реалізації?

о). Продукція перевіряється на стандартність одним з двох контролерів, продуктивність праці яких відноситься як 3:2. Ймовірність того, що продукція буде визнана стандартною першим контролером, дорівнює 0,95, а другим — 0,9. Продукція під час перевірки була визнана стандартною. Знайти ймовірність того, що продукцію перевірив: а) перший контролер; б) другий контролер.

р). Для сигналізації про аварію в цеху встановлено три незалежно працюючі контрольні пристрої. Імовірність спрацювання під час аварії кожного з них відповідно дорівнює 0,85; 0,9; 0,94. Знайти ймовірність того, що під час аварії спрацює: а) хоча б один пристрій; б) два пристрої.

Завдання 4.

Щоденна кількість сировини, яка протягом деякого періоду відпускалась підприємством споживачам, наведена в таблиці. Знайти закон розподілу і обчислити математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення щоденного об'єму поставок сировини.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

а)	Вода, тис. $м^3$	40	45	48	52	56
	Кількість днів	9	12	15	10	4
б)	Вода, тис. $м^3$	49,5	50,5	51,5	52,5	53,5
	Кількість днів	4	6	9	8	3
в)	Вода, тис. $м^3$	50	51	52,5	54	55
	Кількість днів	7	15	22	10	6
г)	Вода, тис. $м^3$	20	22	23	24	25
	Кількість днів	8	13	16	9	4
д)	Вода, тис. $м^3$	25	25,5	26	26,5	27
	Кількість днів	4	10	8	6	2
е)	Вода, тис. $м^3$	30	31	33	35	36
	Кількість днів	10	13	24	9	4
ж)	Вода, тис. $м^3$	34	35	35,5	36	37
	Кількість днів	2	8	14	5	1
з)	Вода, тис. $м^3$	25	26	27,5	29	30
	Кількість днів	4	12	18	14	2

и)	Газ, тис. $м^3$	200	210	230	240	250	260
	Кількість днів	3	9	21	18	6	3
і)	Газ, тис. $м^3$	250	255	260	265	270	275
	Кількість днів	6	12	18	26	20	8
к)	Газ, тис. $м^3$	115	120	125	130	135	140
	Кількість днів	4	11	18	10	4	3
л)	Газ, тис. $м^3$	120	125	130	135	140	145
	Кількість днів	2	4	12	16	10	6
м)	Газ, тис. $м^3$	220	222	225	230	238	240
	Кількість днів	12	15	24	22	10	7
н)	Газ, тис. $м^3$	215	220	225	230	235	240
	Кількість днів	6	12	18	26	16	12
о)	Газ, тис. $м^3$	210	212,5	215	217,5	219	220
	Кількість днів	3	6	10	16	14	11
р)	Газ, тис. $м^3$	205	208	210	212	215	218
	Кількість днів	10	16	25	22	12	5

Завдання 5.

Неперервна випадкова величина *X* задана функцією розподілу *F(x)*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<a,\\ k(x-a)^2 & \text{при} \quad a\le x\le b,\\ 1 & \text{при} \quad x>b.\end{cases}$$

Потрібно:

1) знайти щільність розподілу ймовірностей *f(x)* і число *k* ;

2) обчислити математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення випадкової величини *X*;

3) знайти ймовірність того, що величина *X* набуде значення з інтервалу (α; β);

4) побудувати графіки функцій *F(x)* та *f(x).*

Значення величин *a, b, α, β* для кожного варіанта наведені в таблиці.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

Вар. завд.	a	b	α	β	Вар. завд.	a	b	α	β
а)	2	6	4	8	б)	-2	4	0	5
в)	3	6	4	8	г)	-3	3	0	5
д)	1	3	2	5	е)	-1	3	0	5
ж)	2	8	5	9	з)	-2	3	0	4
и)	3	7	5	8	і)	-3	2	1	4
к)	2	5	4	7	л)	-4	1	0	3
м)	1	5	3	7	н)	-1	4	2	5
о)	-1	2	1	4	р)	1	5	2	6

Завдання 6.

За даними багаторічних спостережень середню врожайність пшениці на зрошувальних землях деякого господарства можна вважати нормально розподіленою випадковою величиною X з математичним сподіванням a ц/га і середнім квадратичним відхиленням σ ц/га. Знайти ймовірність того, що у поточному році середня врожайність пшениці буде:

1) знаходитись в межах від α до β ц/га;

2) відхилятись від середньої багаторічної за абсолютною величиною менше, ніж на δ ц/га.

Значення величин a, σ, α, β, δ для кожного варіанта наведені в таблиці.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ:

Вар. завд.	a	σ	α	β	δ	Вар. завд.	a	σ	α	β	δ
а)	60	8	48	65	10	б)	55	5	50	62	8
в)	62	8	55	70	8	г)	61	8	54	71	10
д)	65	6	58	72	9	е)	60	6	54	68	9
ж)	58	8	50	70	10	з)	56	5	48	63	8
и)	59	6	54	66	6	і)	64	8	56	73	10
к)	63	6	60	70	8	л)	58	6	55	72	8
м)	64	6	62	71	7	н)	65	7	62	70	7
о)	59	8	55	73	6	р)	60	9	55	69	8

Таблиця значень функції $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

x	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
0,0	0,000	004	008	012	016	020	024	028	032	036
0,1	040	044	048	052	056	060	064	068	071	075
0,2	079	083	087	091	095	099	103	106	110	114
0,3	118	122	126	129	133	137	141	144	148	152
0,4	155	159	163	166	170	174	177	181	184	188
0,5	192	195	199	202	205	209	212	216	219	222
0,6	226	229	232	236	239	242	245	249	252	255
0,7	258	261	264	267	270	273	276	279	282	285
0,8	288	291	294	297	300	302	305	308	311	313
0,9	316	319	321	324	326	329	332	334	337	339
1,0	341	344	346	349	351	353	355	358	360	362
1,1	364	367	369	371	373	375	377	379	381	383
1,2	385	387	389	391	393	394	396	398	400	402
1,3	403	405	407	408	410	412	413	415	416	418
1,4	419	421	422	424	425	427	428	429	431	432
1,5	433	435	436	437	438	439	441	442	443	444
1,6	445	446	447	448	450	451	452	453	454	455
1,7	455	456	457	458	459	460	461	462	463	463
1,8	464	465	466	466	467	468	469	469	470	471
1,9	471	472	473	473	474	474	475	476	476	477
2,0	477	478	478	479	479	480	480	481	481	481
2,1	482	483	483	484	484	484	485	485	485	485
2,2	486	486	487	487	488	488	488	489	489	489
2,3	489	489	490	490	490	491	491	491	491	492
2,4	492	492	492	493	493	493	493	493	493	494
2,5	494	494	494	495	495	495	495	495	495	495
2,6	495	495	496	496	496	496	496	496	496	496
2,7	497	497	497	497	497	497	497	497	497	497
2,8	497	498	498	498	498	498	498	498	498	498
2,9	498	498	498	498	499	499	499	499	499	499
3,0	499	499	499	499	499	499	499	499	499	499
3,1	499	499	499	499	499	499	499	499	499	499
3,2	499	499	499	499	499	499	499	499	499	499
3,3	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
3,4	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500

Примітка: $\Phi(-x) = -\Phi(x)$; при $x \geq 3{,}3$ $\Phi(x) \approx 0{,}500$.