



Національний університет
водного господарства
та природокористування

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та природокористування
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та обчислювальної техніки
Кафедра прикладної математики

04-01-07

„ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної,
методичної та виховної роботи

_____ О. А. Лагоднюк

“ ___ ” _____ 2017 р.



Національний університет
водного господарства
та природокористування

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

„Проекційно-сіткові та безсіткові методи математичної фізики”

Спеціальність 113 «Прикладна математика»

Рівне – 2017 рік



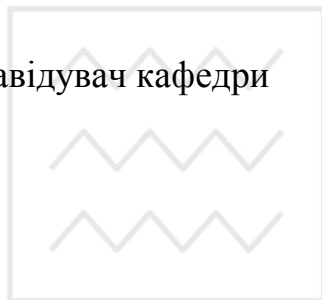
Робоча програма навчальної дисципліни „Проекційно-сіткові та безсіткові методи математичної фізики” для студентів за спеціальністю 113 «Прикладна математика», рівня вищої освіти «магістр». Рівне: НУВГП, 2017. 14 с.

Розробник: Мартинюк Петро Миколайович, д. т. н., доцент, завідувач кафедри прикладної математики

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від “06” грудня 2016 року №4

Завідувач кафедри



Національний університет
водного господарства
та природокористування

(П. М. Мартинюк)

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 113 "Прикладна математика"

Протокол від “12” грудня 2016 року №3

Голова науково-методичної комісії _____ (П. М. Мартинюк)



1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 7	Галузь знань 11 Математика та статистика	Нормативна Цикл професійної підготовки Навчальні дисципліни фахової підготовки
	Спеціальність 113 Прикладна математика	
Модулів – 4	Спеціалізація -----	Рік підготовки:
Змістових модулів – 7		5-й
Індивідуальне науково-дослідне завдання: –		Семестр
Загальна кількість годин – 210		10-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4,2 Самостійної роботи студента – 6,3		Лекції 52 год.
	Практичні, семінарські	
	-	
	Лабораторні 32 год.	
	Самостійна робота 126 год.	
	Індивідуальні завдання: –	
	Рівень вищої освіти: магістр	Вид контролю: екзамен

Примітка. Співвідношення кількості аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить відповідно 40% та 60%.



2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: Засвоєння практичних та теоретичних основ проекційно-сіткових та безсіткових методів для наближеного розв'язання задач математичної фізики з метою застосування студентами отриманих знань в своїй подальшій науковій та професійній роботі.

Завдання: Розвиток практичних навичок по застосуванню даних методів до розв'язування типових задач прикладної математики: багатовимірних задач математичної фізики, відшукування наближених розв'язків нелінійних крайових задач математичної фізики, відшукування розривних розв'язків крайових задач. Формування у студентів цілісної картини сучасних перспективних чисельних методів та встановлення взаємозв'язків між ними. Підготовка студентів до використання отриманих знань і навиків при розв'язуванні практичних задач, а також при написанні магістерських робіт.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- основні проекційні методи розв'язання початково-крайових задач;
- основи методу скінченних елементів;
- типи базисних функцій методу скінченних елементів та їх апроксимаційні властивості;
- постановки крайових задач в класичній та слабкій формах;
- основні типи скінченних елементів;
- основні види радіальних базисних функцій;
- основні види безсіткових чисельних методів розв'язання початково-крайових задач;
- схеми дискретизації нелінійних рівнянь в частинних похідних;
- методи розв'язання крайових задач з умовами спряження;

вміти:

- застосовувати різні алгоритми проекційного методу до розв'язування задач прикладної математики;
- проводити дискретизацію стаціонарних та нестаціонарних задач математичної фізики;
- проводити теоретичні дослідження точності, збіжності, стійкості отриманих дискретних задач;
- застосовувати сіткові та безсіткові методи до наближеного розв'язання крайових задач;
- програмно реалізовувати основні алгоритми методу скінченних елементів та вміти інтерпретувати знайдені розв'язки.



3. Програма навчальної дисципліни

МОДУЛЬ 1

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

Проекційний метод

Тема 1. Основні алгоритми проекційного методу.

Схема проекційного методу. Класичний метод Рітца. Метод Рітца в енергетичному просторі. Теорема про мінімум функціоналу енергії. Головні та природні граничні умови. Приклад застосування методу Рітца. Метод Бубнова-Гальоркіна. Метод Петрова-Гальоркіна. Метод найменших квадратів. Збіжнісні характеристики проекційних методів розв'язування операторних рівнянь.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2

Метод скінченних елементів (МСЕ) та його базисні функції

Тема 2. Базисні функції МСЕ в одновимірному випадку.

Кусково-лінійні базисні функції. Кусково-квадратичні базисні функції. Кусково-кубічні базисні функції. Вираження кускових базисних функцій через кусково-лінійні. Апроксимаційні властивості поліноміальних базисних функцій зі скінченним носієм.

Тема 3. Базисні функції МСЕ в двовимірному випадку.

Трикутні скінченні елементи. Кусково-лінійні, кусково-квадратичні та кусково-кубічні базисні функції для трикутного скінченого елемента. Вираження кусково-квадратичних та кусково-кубічних базисних функцій через кусково-лінійні. Інші типи скінченних елементів в двовимірному випадку.

Тема 4. Базисні функції МСЕ в тривимірному випадку.

Просторові скінченні елементи у вигляді тетраедрів. Кусково-лінійні, кусково-квадратичні та кусково-кубічні базисні функції для тетраедра. Вираження одних базисних функцій через інші. Інші типи скінченних елементів в тривимірному випадку.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3

Аспекти програмної реалізації алгоритмів МСЕ

Тема 5. Ізопараметричні координати та числове інтегрування.

Ізопараметричні координати та їх призначення. Базисні функції МСЕ в ізопараметричних координатах. Квадратурні формули Гаусса в одновимірному випадку. Квадратурні формули Гаусса для трикутника.

Тема 6. Тріангуляція двовимірних областей та нумерація вузлів геометричної сітки.

Основні схематичні алгоритми тріангуляції областей. Залежність точності МСЕ від лінійних розмірів та форми трикутного скінченого елемента. Лапласовий алгоритм згладжування. Важливість порядку нумерації вузлів скінченних елементів. Схематичні алгоритми перенумерації вузлів.



ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4

МСЕ в крайових задачах для диференціальних рівнянь в частинних похідних

Тема 7. МСЕ в крайових задачах для еліптичних рівнянь.

Постановки крайових задач для рівнянь еліптичного типу. Крайові задачі для рівняння Пуассона в слабкій постановці. Схема МСЕ для рівняння Пуассона в двовимірному випадку.

Тема 8. МСЕ в крайових задачах для лінійних параболічних рівнянь.

Постановка крайових задач для параболічних рівнянь. Слабка постановка відповідних крайових задач. Напівдискретні апроксимації Гальоркіна. Схеми дискретизації по часу.

Тема 9. Стабілізаційні схеми МСЕ.

Необхідність в модифікаціях МСЕ. Стабілізаційні та адаптивні схеми МСЕ. Основні види стабілізаційних схем.

Тема 10. Точність МСЕ.

Апроксимаційні властивості поліноміальних базисних функцій зі скінченним носієм в одновимірному випадку. Стійкість рекурентних схем дискретизації за часом. Збіжність рекурентних схем дискретизації за часом. Апріорна оцінка точності МСЕ. Апріорна оцінка точності за Ніцше. Приклади теорем про точність МСЕ для деяких крайових задач.

МОДУЛЬ 2

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 5

Безсіткові методи розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь в частинних похідних

Тема 11. Вступ до безсіткових методів

Визначення безсіткового методу та основні безсіткові методи. Необхідність в безсіткових методах. Порівняння з МСЕ. Класифікація безсіткових чисельних методів розв'язання крайових задач математичної фізики.

Тема 12. Методи колокації.

Метод колокації в точках. Метод колокації в підобластях. Методи колокації, як варіанти проекційного методу.

Тема 13. Метод колокації з використанням радіальних базисних функцій.

Основні радіальні базисні функції. Історія використання. Апроксимація функцій багатьох змінних радіальними базисними функціями. Метод колокації в крайових задачах для ДРЧП еліптичного типу. Метод колокації в крайових задачах для ДРЧП параболічного типу.



Тема 14. Безсітковий метод Гальоркіна.

Теоретичні основи безсіткового методу Гальоркіна, базисні функції, принципові схеми. Алгоритми безсітково методу Гальоркіна. Застосування методу до типових крайових задач математичної фізики.

Тема 15. Метод фундаментального розв'язку.

Ідея методу фундаментального розв'язку. Фундаментальні розв'язки деяких диференціальних операторів. Метод подвійної взаємності.

МОДУЛЬ 4

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6

Чисельні методи розв'язання нелінійних крайових задач

Тема 16. Різницеві схеми для нелінійних рівнянь математичної фізики.

Математичні моделі фізичних процесів, які описуються крайовими задачами для нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних. Різницева схема для слабо нелінійного еліптичного рівняння. Метод Ньютона. Схеми для нелінійного рівняння теплопровідності.

Тема 17. Метод скінченних елементів та метод радіальних базисних функцій в нелінійних крайових задачах для рівняння теплопровідності.

Постановка задачі. Дискретизація по просторових змінних. Дискретизація по часу. Приклади застосування. Умови стійкості різницевих схем.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 7

Чисельні методи розв'язання задач з умовами спряження

Тема 18. Математичні моделі процесів в неоднорідних середовищах.

Рівняння, що описують процеси тепло-масопереносу в неоднорідних середовищах. Умови спряження.

Тема 19. Сіткові та безсіткові методи в крайових задачах з розривними розв'язками.

Розривні базисні функції МСЕ. Розв'язання крайової задачі для рівняння теплопровідності з розривними розв'язками. Розривні радіальні базисні функції. Метод РБФ в крайових задачах з розривними розв'язками.



4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	усього	денна форма				
		у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Змістовий модуль 1. Проекційний метод						
<i>Тема 1. Основні алгоритми проекційного методу</i>	20	4		4		12
Разом за змістовим модулем 1	20	4		4		12
Модуль 2						
Змістовий модуль 2. Метод скінченних елементів (МСЕ) та його базисні функції						
<i>Тема 2. Базисні функції МСЕ в одновимірному випадку.</i>	15	4		2		9
<i>Тема 3. Базисні функції МСЕ в двовимірному випадку.</i>	10	2		2		6
<i>Тема 4. Базисні функції МСЕ в тривимірному випадку.</i>	5	2				3
Разом за змістовим модулем 2	30	8		4		18
Змістовий модуль 3. Аспекти програмної реалізації алгоритмів МСЕ						
<i>Тема 5. Ізопараметричні координати та числове інтегрування</i>	10	2		2		6
<i>Тема 6. Тріангуляція двовимірних областей та нумерація вузлів геометричної сітки</i>	10	4				6
Разом за змістовим модулем 3	20	6		2		12
Змістовий модуль 4. МСЕ в крайових задачах для диференціальних рівнянь в частинних похідних						
<i>Тема 7. МСЕ в крайових задачах для еліптичних рівнянь</i>	12	4		2		6
<i>Тема 8. МСЕ в крайових задачах для лінійних параболічних рівнянь</i>	9	2		2		5
<i>Тема 9. Стабілізаційні схеми методу скінченних елементів (МСЕ)</i>	5	2				3
<i>Тема 10. Точність МСЕ</i>	4					4
Разом за змістовим модулем 4	30	8		4		18
МОДУЛЬ 3						
Змістовий модуль 5. Безсіткові методи розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь в частинних похідних						
<i>Тема 11. Вступ до безсіткових методів</i>	5	2				3



Тема 12. Методи колокації	10	2		2		6
Тема 13. Метод колокації з використанням радіальних базисних функцій	20	4		4		12
Тема 14. Безсітковий метод Гальоркіна	10	2		2		6
Тема 15. Метод фундаментального розв'язку	5	2				3
Разом за змістовим модулем 5	50	12		8		30
МОДУЛЬ 4						
Змістовий модуль 6. Чисельні методи розв'язання нелінійних крайових задач						
Тема 16. Різницеві схеми для нелінійних рівнянь математичної фізики	20	4		4		12
Тема 17. Метод скінченних елементів та метод радіальних базисних функцій в нелінійних крайових задачах для рівняння теплопровідності	10	2		2		6
Разом за змістовим модулем 6	30	6		6		18
Змістовий модуль 7. Чисельні методи розв'язання задач з умовами спряження						
Тема 18. Математичні моделі процесів в неоднорідних середовищах	10	4				6
Тема 19. Сіткові та безсіткові методи в крайових задачах з розривними розв'язками	20	4		4		12
Разом за змістовим модулем 7	30	8		4		18
Усього годин	210	52		32		126

5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	2	3
1.	Метод Рітца в енергетичному просторі	2
2.	Метод Бубнова-Гальоркіна	2
3.	Інтегралі від кусково-лінійних базисних функцій МСЕ в одновимірному випадку	2
4.	Чисельне обчислення інтегралів в одновимірному випадку	2
5.	Чисельне обчислення інтегралів у двовимірному випадку	
6.	МСЕ в крайових задачах для рівнянь еліптичного типу (двовимірний випадок)	2
7.	МСЕ в крайових задачах для диференціальних рівнянь в частинних похідних параболічного типу	2
8.	Стабілізаційні схеми МСЕ (одновимірний випадок)	2
9.	Ароксимація функцій багатьох змінних методом РБФ	2

10.	Метод радіальних базисних функцій в крайових задачах для рівнянь еліптичного типу	2
11.	Метод радіальних базисних функцій в крайових задачах для рівнянь параболічного типу	2
12.	Безсітковий метод Гальоркіна	2
13.	Метод скінчених різниць для слабонелінійних рівнянь еліптичного типу	2
14.	Метод скінчених різниць для нелінійного рівняння теплопровідності	2
15.	МСЕ в задачах з розривними розв'язками	2
16.	Метод РБФ в задачах з розривними розв'язками	2
	Всього	32

6. Самостійна робота

Розподіл навчального часу на вивчення дисципліни „Проекційно-сіткові та безсіткові методи математичної фізики”

6.1. Розподіл самостійної роботи студента

Опрацювання лекційного матеріалу	$0,5 \cdot 52 =$	26 годин
Підготовка до лабораторних занять	$0,5 \cdot 32 =$	16 годин
Підготовка до екзамену	$6 \cdot 7 =$	42 годин
Всього		84 години
Резерв		42 годин

6.2. Завдання для самостійної роботи

№з/п	Назва теми	К-ть год. сам. роботи
1	Збіжнісні характеристики проекційних методів розв'язування операторних рівнянь	12
2	Запис одновимірних базисних функцій МСЕ через кусково-лінійні	2
3	Запис двовимірних базисних функцій МСЕ через кусково-лінійні	2
4	Квадратурні формули Гауса для n-вимірного симплекса	4
5	Алгоритми триангуляції Делоне	6
6	Точність схем дискретизації в часі нелінійних диференціальних рівнянь	4
7	Адаптивні схеми МСЕ	2
8	Точність схем МСЕ для нестационарних крайових задач	4
9	Класифікація безсіткових чисельних методів розв'язання крайових задач математичної фізики	2
10	Ітераційні методи в різницевих схемах для нелінійних рівнянь математичної фізики	2
11	Методи апроксимації умов спряження	2
Загальна кількість годин		42



6.3 Оформлення звіту про самостійну роботу

Підсумком самостійної роботи над вивченням дисципліни „Проекційно-сіткові та без сіткові методи математичної фізики” є складання конспекту за темами, вказаними у п.6.2. Загальний обсяг конспекту визначається з умови повноти та якості викладеного матеріалу.

Конспект оформлюється на стандартному папері формату А4 або в зошиті. Конспект може бути рукописним або друкованим і виконується українською мовою.

Перевірка конспекту з самостійної роботи відбувається у терміни, спільно обумовлені студентом і викладачем.

7. Методи навчання

Проведення лекційних занять.

Лабораторні заняття з використанням різних методик їх проведення.

Проведення контрольних тестувань.

8. Методи контролю

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролюями. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться у письмовій формі. Контрольні завдання за змістовим модулем включають тестові питання трьох рівнів складності.

Контроль самостійної роботи проводиться:

з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;

з лабораторних занять – з допомогою перевірки виконаних завдань та шляхом захисту студентами отриманих результатів.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у письмовій формі. Екзаменаційний білет включає тести чотирьох рівнів складності – загалом 33 питання.

Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролів з навчальної дисципліни „Проекційно-сіткові та без сіткові методи математичної фізики”, є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни;
- характер відповідей на поставлені питання (чіткість, лаконічність, логічність, послідовність тощо);
- обґрунтування вибору чисельного методу для розв’язання тих чи інших задач;
- рівень вміння аналізувати та захищати одержані результати.

Оцінювання результатів усіх форм контролю передбачено у 100-бальній шкалі.

Критерії оцінювання результатів поточної роботи (завдань, що виконуються на лабораторних роботах, результати самостійної роботи студентів) проводиться у % від кількості балів, виділених на завдання, із заокругленням до цілого числа:

0% – завдання не виконано;



40% – завдання виконано частково та містить суттєві помилки методичного або розрахункового характеру;

60% – завдання виконано повністю, але містить суттєві помилки у розрахунках або в методиці;

80% – завдання виконано повністю і вчасно, проте містить окремі несуттєві недоліки (розмірності, висновки, оформлення тощо);

100% – завдання виконано правильно, вчасно і без зауважень.

9. Розподіл балів, які отримують студенти

Модуль 1. Поточний контроль та СРС	Модуль 2. Поточний контроль та СРС								
Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2			Змістовий модуль 3		Змістовий модуль 4			
6	9			6		12			
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
6	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Модуль 3. Поточний контроль та СРС					Модуль 4. Поточний контроль та СРС				Підсумков. контроль	Загальна кількість балів	
Змістовий модуль 5					Змістовий модуль 6		Змістовий модуль 7			40	100
15					6		6				
T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17	T18	T19			
3	3	3	3	3	3	3	3	3			

T1, T2...T19 – теми змістових модулів.



9.2. Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

У екзаменаційній відомості результати навчання проставляються за двома шкалами – 100-бальною та національною. Позитивні оцінки виставляються тільки тим студентам, які виконали всі види навчальної роботи, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни, і набрали за результатами поточного та підсумкового контролів не менше 60 балів.

100-бальна	Оцінка за національною шкалою екзамен
90-100	відмінно
82-89	добре
74-81	добре
64-73	задовільно
60-63	задовільно
35-59	незадовільно з можливістю повторного складання
1-34	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Рекомендована література

10.1. Базова література

1. Liu G. R. Mesh Free Methods: Moving beyond the Finite Element Method / G. R. Liu. – Boca Raton: CRC Press, 2009. – 872 p.
2. Самарский А. А. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 2003 – 384 с.
3. Агошков В.И. Методы решения задач математической физики / В.И.Агошков, П.Б.Дубовський, В.П.Шутяев – М.: Физматлит, 2002. - 320с.
4. Савула Я.Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами / Я.Г.Савула. - Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2004.-221 с.
5. Марчук Г.И. Введение в проекционно–сеточные методы / Г.И.Марчук, В.И.Агошков – М.: Наука, 1981. – 416с.
6. Власова Е.А. Приближенные методы математической физики / Е.А.Власова, В.С.Зарубин, Г.Н.Кувыркин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001. - 700 с.
7. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О.Зенкевич, К.Морган. – М.: Мир, 1986. – 318 с.

10.2 Допоміжна література

1. Самарский А. А. Численные методы / А.А.Самарский, А.В.Гулин. – М.: Наука, 1989.-432с.
2. Молчанов И. Н. Основы метода конечных элементов / И. Н. Молчанов, Л. Д. Николенко. – Киев: Наук. думка, 1989. – 272с.

5. Zienkiewicz O.C. The finite element method. Volume 1. The Basis / O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. – 690 p.
6. Frey P.J. Mesh generation: application to finite elements / P. J. Frey, P.-L. George. – Oxford & Paris: Hermes Science Publishing, 2000. – 814 p.
7. Donea J. Finite element methods for flow problems / J. Donea, A. Huerta. – Chichester: Wiley, 2003. – 350 p.

11. Інформаційні ресурси

1. Наукова бібліотека НУВГП (м. Рівне, вул. Олекси Новака, 75) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://nuwm.edu.ua/naukova-biblioteka>.
2. Цифровий репозиторій НУВГП. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/>.
3. Обласна наукова бібліотека (м. Рівне, майдан Короленка, 6) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.lib.rv.ua/>.
4. Рівненська централізована бібліотечна система (м. Рівне, вул. Київська, 44) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.cbs.rv.ua/>.
5. Національна бібліотека ім. В.І. Вернадського / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.nbuv.gov.ua/>.
6. Пошукова система Google / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.google.com.ua>.
7. Освітньо-кваліфікаційна характеристика підготовки магістрів за спеціальністю 8.04030101 «Прикладна математика». – Рівне: НУВГП, 2015 р.



Національний університет
водного господарства
та природокористування



Національний університет
водного господарства
та природокористування



Національний університет
водного господарства
та природокористування



Національний університет
водного господарства
та природокористування