Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства
та природокористування

Кафедра економічної кібернетики

06-11-19

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ
для самостійної роботи студентів з дисципліни
«Моделювання і прогнозування у фінансовій сфері»

для студентів спеціальності 072 «Фінанси, банківська справа та страхування» денної та заочної форм навчання

Рекомендовано до друку методичною комісією за спеціальністю
051 «Економіка» (Економічна кібернетика)
Протокол № 5 від «23» жовтня 2017 р.,

Рекомендовано до друку методичною комісією за спеціальністю
072 «Фінанси, банківська справа та страхування»
Протокол № 3 від 30 жовтня 2017 р.

Рівне – 2017

Методичні вказівки і завдання для самостійної роботи студентів з дисципліни «Моделювання і прогнозування у фінансовій сфері» для студентів спеціальності 072 «Фінанси, банківська справа та страхування» / Грицюк П.М., – Рівне: НУВГП, 2017. – 47 с.

Упорядник: Грицюк П.М., д.е.н., професор, завідувач кафедри економічної кібернетики

Відповідальний за випуск: Грицюк П.М., завідувач кафедри економічної кібернетики

Зміст

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Тема 1. Прості і складні відсотки. Фінансова еквівалентність

Теперішня вартість A і **майбутня вартість** S грошей пов'язані

$$S = A \times (1 + r). \tag{1}$$

Тут r – **ринкова норма дохідності**. Величина $(1+r)$ називається множником нарощування вартості. Величину теперішньої вартості обчислюють через операцію дисконтування

$$A = S/(1 + r). \tag{2}$$

Дисконтування приводить майбутню грошову суму до теперішньої її вартості.

Методика простих відсотків. Методику **простих відсотків** використовують:

у короткострокових фінансових угодах (термін до одного року);

у випадках, коли відсотки не додають до основної суми боргу, а періодично виплачують.

За методикою простих відсотків протягом усього терміну дії угоди відсотки нараховують лише на початкову суму. При цьому кінцева сума дорівнює

$$S = A \times (1 + r \times n). \tag{3}$$

Тут n – кількість періодів нарахувань. Вираз $(1 + r \times n)$ називають множником нарощування простих відсотків.

Приклад 1. Теперішня вартість грошової суми становить 1000 грн, річна ставка дохідності 10 %. Розрахуємо нарощування суми на 3 найближчі роки.

n = 1. S(1000) = 1000 x (1 + 0.1) = 1000 x 1.1 = 1100 грн.
n = 2. S(1000) = 1000 x (1 + 0.2) = 1000 x 1.2 = 1200 грн.
n = 3. S(1000) = 1000 x (1 + 0.3) = 1000 x 1.3 = 1300 грн.

Операція багаторазового дисконтування за методикою простих відсотків

$$A = S/(1 + r \times n). \tag{4}$$

Приклад 2. Якщо певна сума через три роки оцінюється як 3900 грн при річній ставці дохідності 10%, то теперішня (дисконтована) вартість цих грошей становить

$$A = 3900 / (1 + 0.2 \text{ x } 3) = 3900 / 1.3 = 3000 \text{ грн.}$$

Якщо строк угоди не дорівнює цілому числу періодів (років), необхідно виражати час у частинах року

$$n = t / B. \tag{5}$$

Тут t - кількість днів від початку дії угоди до поточного дня, B - кількість днів у році.

Методика складних відсотків. Наприкінці кожного періоду до основної суми грошей додають нараховані відсотки. Отримана сума грошей виступає базою для нарахування відсотків у наступному періоді. Формула нарощування за методикою складних відсотків має вигляд

$$S = A \times (1 + r)^n. \tag{6}$$

Величину $(1 + r)^n$ називають множником нарощування складних відсотків.

Приклад 3. Теперішня вартість грошової суми становить 1000 грн, річна ставка дохідності 10 %. Розрахуємо нарощування суми на 3 найближчі роки.

$$n = 1. \quad S(1000) = 1000 \text{ x } (1 + 0.1)^1 = 1000 \text{ x } 1.1 = 1100 \text{ грн.}$$
$$n = 2. \quad S(1000) = 1000 \text{ x } (1 + 0.1)^2 = 1000 \text{ x } 1.21 = 1210 \text{ грн.}$$
$$n = 3. \quad S(1000) = 1000 \text{ x } (1 + 0.1)^3 = 1000 \text{ x } 1.3331 = 1331 \text{ грн.}$$

Багаторазове дисконтування за методикою складних відсотків виконують так

$$A = S / (1 + r)^n. \tag{7}$$

Приклад 4. Певна сума через три роки оцінюється як 4 000 грн при річній ставці дохідності 10%. Теперішня (дисконтована) вартість цих грошей становить

$$A = 4000 / (1 + 0.1)^3 = 4000 / 1.331 = 3005.26 \text{ грн.}$$

Для виконання розрахунків зручно використовувати фінансові функції в MS Excel:

БС – майбутня вартість *FV*; ПС – теперішня вартість *PV*;
СТАВКА – ставка дохідності *r*; КПЕР – кількість періодів *n*;
ТИП – тип нарахування (1 – на початку періоду; 0 – наприкінці періоду).

Розглянемо випадок, коли нарахування здійснюються щомісяця або щокварталу. В цьому випадку формула обчислення майбутньої вартості

$$S = A \times (1 + r / m)^{n \times m} . \tag{8}$$

Тут n – загальний термін угоди, m – кількість нарахувань відсотків протягом року.

Приклад 5. Вкладник поклав на депозит у банк 1000 грн під 16 % річних. Згідно з угодою складні відсотки нараховуються щокварталу. Знайдемо суму, яка буде на рахунку через 1 рік.

$$S = 1000 \times (1 + 0.16 / 4)^4 = 1000 \times 1.04^4 = 1000 \times 1.1699 = 1169.9 \text{ грн.}$$

Отже, при щоквартальному нарахуванні відсотків фактична річна дохідність становить приблизно 17%. Якби нарахування здійснювалися один раз на рік, дохідність становила б лише 16 %. Якби нарахування здійснювалися щомісяця (m = 12), ми отримаємо дохідність 17.2 %.

Номінальна та ефективна ставка складних відсотків. Ставку складних відсотків r, яка входить у рівняння (6), називають **номінальною**. У попередньому прикладі 5 ставка дохідності r = 16 % є номінальною, а фактична дохідність 17 % є ефективною ставкою.

Ефективна ставка r_e визначає, яку річну ставку складних відсотків належить встановити, щоб отримати такий самий фінансовий результат, як і за m-разового нарахування відсотків за рік за ставкою *r/m*. Між ефективною та номінальною ставкою існує наступне співвідношення

$$(1 + r_e)^n = (1 + r / m)^{n \times m} . \tag{9}$$

Поняття фінансової еквівалентності. *Еквівалентні величини* – це суми коштів, які у разі зведення до одного моменту часу стають рівними.

Приклад 6. Треба порівняти, що більше за ставкою складних відсотків $r = 7\%$ - 1 000 грн. сьогодні, чи 2 000 грн. через 8 років.

Перший спосіб – приведення до теперішнього моменту часу. Виконуємо дисконтування суми 2 000 грн. Згідно з формулою 7 маємо $A = S/(1+r)^n = 2000/1.07^8 = 1164$ грн. Отже, при ставці дохідності 7%, 2000 грн. через 8 років мають більшу вартість, ніж 1000 грн. сьогодні. Цей же висновок можна було б отримати використовуючи формулу нарощування складних відсотків $S = A \times (1+r)^n = 1000 \times 1.07^8 = 1718$ грн.

Приклад 7. Знайти таку ставку дохідності *r*, при якій сума 1000 грн. зараз стане еквівалентною сумі 2000 грн. через 8 років. Для розв'язування задачі використовується співвідношення $2000 = 1000 \times (1+r)^8$. Звідси знаходимо ставку r

$$r = \left(\frac{2000}{1000}\right)^{1/8} - 1 = 0.0905.$$

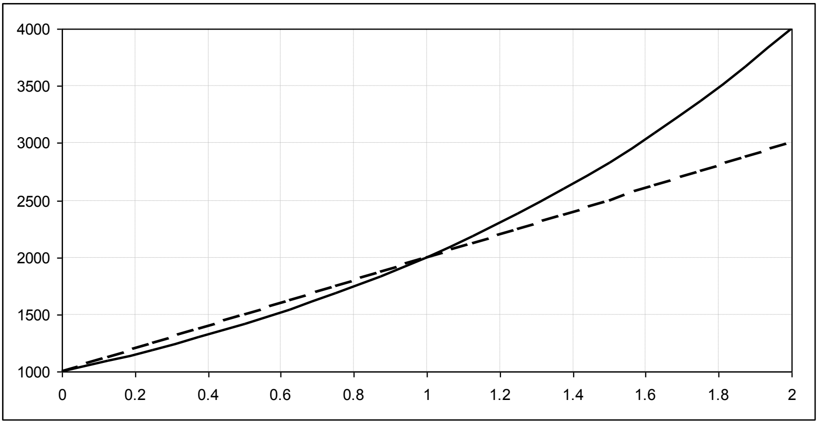

Рис.1. Ріст коштів за правилом простих та за правилом складних відсотків

Порівняння темпів росту за методикою простих і складних відсотків

Темпи росту коштів для простих відсотків утворюють арифметичну прогресію, графіком якої є пряма лінія. Темпи росту коштів для складних відсотків утворюють геометричну прогресію, графіком якої є показникова функція (рис. 1). На проміжку часу до 1 року більшими є значення множника нарощування за правилом простих відсотків. Після 1 року нарощування за правилом складних відсотків іде швидше.

Тема 2. Побудова схем кредитних розрахунків

Річна рента постнумерандо (звичайний ануїтет). При цій схемі всі додатні періодичні платежі здійснюються наприкінці року. Розміри платежів є рівними. Фінансові розрахунки за схемою постнумерандо застосовують у більшості лізингових угод, схемах споживчого кредитування, купонних виплатах за облігаціями тощо. Нарощена сума n членів звичайного ануїтету буде

$$S = \frac{R}{r} \times \left((1+r)^n - 1 \right). \tag{1}$$

Приведена (дисконтована) сума n членів звичайного ануїтету становить

$$A = S / (1+r)^n . \tag{2}$$

Обернена задача – з відомої теперішньої або майбутньої величини боргу необхідно оцінити розмір щорічного платежу за кредитом. При відомій кінцевій величині звичайного ануїтету маємо

$$R = \frac{S \times r}{(1+r)^n - 1}. \tag{3}$$

Якщо відома початкова величина звичайного ануїтету, то

$$R = \frac{A \times r}{1 - (1+r)^{-n}}. \tag{4}$$

Приклад 1. Маємо звичайний ануїтет з такими параметрами: термін ренти 5 років, річний платіж R = 1000 грн., ставка дисконтування r = 10%. Необхідно знайти нарощені суми наприкінці кожного року.

Механізм нарахування. До суми, яка була на початок періоду, додаємо річний платіж і нараховуємо на отриману суму складний відсоток. Розрахункова таблиця має наступний вигляд.

Таблиця 1. Розрахунок звичайного ануїтету

Роки	1	2	3	4	5
Сума на початок	0	1 100	2 310	3 641	5 105,1
Річний платіж	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
Сума на кінець	1 000	2 100	3 310	4 641	6 105.1

Нарощена (кінцева) сума ренти становить 6 105,1 грн. Теперішня (приведена) величина ренти становить 6 105,1 / $1,1^5$ = 3 791 грн.

Річна рента пренумерандо (авансовий ануїтет). Всі додатні періодичні платежі здійснюються на початку року. Така схема є більш вигідною для отримувача ренти і менш вигідною для платника. Нарощена сума n членів авансового ануїтету становить

$$S_{pre} = \frac{R}{r} \times \left((1+r)^n - 1 \right) \times (1+r). \tag{5}$$

Якщо порівняти вираз (5) з виразом (1) то отримаємо, що

$$S_{pre} = S_{post} \times (1+r). \tag{6}$$

Приведена (дисконтована) сума n членів авансового ануїтету становить

$$A_{pre} = S_{pre} / (1+r)^n. \tag{7}$$

Приклад 2. Змінимо умову прикладу 1 – платежі здійснюють на початку періоду. Отже, маємо авансовий ануїтет з такими параметрами: термін ренти 5 років, річний платіж R = 1000 грн., ставка дисконтування r = 10%. Знайти нарощені суми наприкінці кожного року.

Таблиця 2. Розрахунок авансового ануїтету

Роки	1	2	3	4	5
Річний платіж	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
Сума на початок	1 000	2 100	3 310	4 641	6 105,1
Сума на кінець	1 100	2 300	3 641	5 105,1	6 715.61

Нарощена (кінцева) сума ренти становить 6 715,61 грн. Теперішня (приведена) величина ренти становить 6 715,61 / $1,1^5 \approx$ 4 170 грн.

В практиці фінансових розрахунків зустрічається випадок, коли нарахування відбуваються частіше, ніж один раз на рік (***m*** разів на рік). Тоді нарощена сума ренти становить

$$S = \frac{R}{r} \times \left((1 + r/m)^{m \times n} - 1 \right). \tag{8}$$

Теперішня сума ренти становить

$$A = \frac{R}{r} \times \left(1 - \left(1 + r/m\right)^{-m \times n}\right). \quad (9)$$

Розрахунок лізингових платежів з амортизацією боргу рівними частинами. Цей метод розрахунків боргових виплат є простим та вигідним для боржника. Проте він має суттєвий недолік - не враховує зміну вартості грошей у часі, і тому є невигідним для кредитора.

Величина лізингового платежу = відрахування частини вартості предмета лізингу (виплати по основній сумі боргу) + величина відсотків (лізингова винагорода) на залишкову вартість майна. Тобто

$$R_i = A_i + B_i, \quad i = 1, \ldots, n, \quad (10)$$

де R_i - розмір лізингового платежу, A_i - лізингова винагорода, B_i - відшкодування вартості предмета лізингу в i - тому періоді.

Найбільш розповсюджений підхід, коли відшкодування вартості предмету лізингу є періодичними і постійними та за строк дії угоди вартість майна повністю заміщується. В такому разі величина періодичного відшкодування вартості предмета лізингу визначається діленням повної вартості на кількість періодів:

$$B_i = C / n = B. \quad (11)$$

Залишкова вартість майна U_i на початку кожного наступного періоду залежить від попереднього:

$$U_i = U_{i-1} - B. \quad (12)$$

Залишкова вартість на початку першого періоду дорівнює повній вартості предмету лізингу: $U_1 = C$. Тоді рівняння (12) з врахуванням (11) можна записати в наступному вигляді:

$$U_i = C - \frac{C}{n} \times (i - 1) = C \times \left(1 - \frac{i-1}{n}\right). \quad (13)$$

Обсяг лізингової винагороди A, знаходять за формулою:

$$A_i = U_i \times r. \quad (14)$$

Обсяг лізингової винагороди у кожному наступному періоді зменшується пропорційно до зменшення залишкової вартості майна. Тоді рівняння (10) можна записати в наступному вигляді:

$$R_i = C \times r \times \left(1 - \frac{i-1}{n}\right) + \frac{C}{n}. \qquad (15)$$

Приклад 3. Згідно договору фінансового лізингу вартість устаткування розміром 1 200 000 грн. за термін дії договору повністю відшкодовується за рахунок рівних періодичних амортизаційних відрахувань. Термін дії договору дорівнює терміну експлуатації устаткування і становить 5 років. Лізингові платежі здійснюють два рази на рік, а річна лізингова ставка дохідності r = 20%. Визначити розмір лізингових платежів у кожному періоді та загальну суму лізингових платежів.

Розв'язання цієї задачі передбачає побудову графіка лізингових платежів. Спочатку визначимо загальну кількість лізингових платежів *n = 5 x 2 = 10* та лізингову ставку за період (півроку) *r = 20 / 2 = 10 %.* Відшкодування вартості майна здійснюють рівними частинами, отже за один період **амортизаційні відрахування становлять**: 1 200 / 10 = 120 тис. грн.

Таблиця 3

Номер платежу	Залишкова вартість майна *Ui*	Відшкодування вартості майна *Bi*	Лізингова винагорода *Ai*	Лізингові платежі *Ri*
1	1 200	*120*	120	240
2	1 080	120	108	228
3	960	120	96	216
4	840	120	84	204
5	720	120	72	192
6	600	120	60	180
7	480	120	48	168
8	360	120	36	156
9	240	120	24	144
10	120	120	12	132
Разом	0.0	1 200	660	1 860

Графік погашення заборгованості наведений в табл.3. Спочатку заповнюємо стовпчик $\boldsymbol{B_i} = B = 120$. Потім, в кожному періоді, користуючись формулою (14), визначають розмір лізингової винагороди. Після цього за формулою (10) розраховують розмір лізингового платежу в кожному періоді. Загальна сума лізингових платежів складає 1 860 тис. грн. Отже, порівняно з одноразовою повною виплатою взяте у лізинг устаткування подорожчало у 1 860 / 1 200 = 1,55 рази.

Методика розрахунку лізингових платежів, заснована на теорії фінансових рент. Якщо платежі здійснюють наприкінці періоду і майно повністю амортизується за термін договору, то величину лізингового платежу розраховують на основі формули звичайного ануїтету:

$$R = \frac{C \times r}{1 - (1 + r)^{-n}}. \tag{16}$$

Розмір лізингової винагороди розраховують за формулою (16). Величина заміщення вартості майна = лізинговий платіж – лізингова винагорода. Залишкова вартість майна = попередня залишкова вартість майна - відшкодування вартості майна у поточному періоді.

Приклад 4. Вартість устаткування С = 1 200 000 грн; термін договору n = 5 років; періодичність платежів m = 2 рази на рік; ставка дохідності r = 20%. Побудувати графік лізингових платежів на основі методики фінансових рент.

За формулою (16) обрахуємо величину періодичного лізингового платежу:

$$R = \frac{1200 \times 0{,}1}{1 - (1 + 0{,}1)^{-10}} = 195{,}29.$$

Той же результат можна отримати, застосувавши функцію ПЛТ(0.10; 10; -1 200 000). Сума лізингових платежів складає 1 953 тис. грн. Порівняно з одноразовою виплатою, взяте у лізинг устаткування подорожчало у 1 953 / 1 200= 1,62 рази. Метод обчислень з використанням фінансових рент завдяки врахуванню ефекту дисконтування є більш точним у порівнянні з традиційним методом. Розрахунки з використанням фінансових рент вигідні лізингодавцю та невигідні лізингоодержувачу, оскільки збільшують загальну суму лізингових платежів.

Коригування залишкової вартості майна на авансовий платіж.

У разі, коли за договором лізингу передбачений авансовий платіж у розмірі C_a, то залишкова вартість майна у першому періоді дорівнює:

$$U_1 = C - C_a. \tag{17}$$

Таблиця 2

№ платежу	Залишкова вартість майна Ui	Відшкодування вартості майна Bi	Лізингова винагорода Ai	Лізингові платежі Ri
1	1200.00	75.29	120.00	195.29
2	1124.71	82.82	112.47	195.29
3	1041.88	91.11	104.19	195.29
4	950.77	100.22	95.08	195.29
5	850.56	110.24	85.06	195.29
6	740.32	121.26	74.03	195.29
7	619.06	133.39	61.91	195.29
8	485.67	146.73	48.57	195.29
9	338.94	161.40	33.89	195.29
10	177.54	177.54	17.75	195.29
Разом	0.00	1200.00	752.94	1952.94

Оскільки величина U_1 є початковим розміром лізингової заборгованості, то з урахуванням (17) рівняння (16) набере вигляду:

$$R = \frac{(C - C_a) \times r}{1 - (1 + r)^{-n}}. \quad (18)$$

Лізингові платежі на початку періодів описують за допомогою рент пренумерандо. У цьому разі отримуємо наступне рівняння для щорічних платежів:

$$R = \frac{C}{1 + r} \times \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}. \quad (19)$$

При сплаті лізингових платежів на початку періоду, їх розмір стає меншим у порівнянні з платежами наприкінці періоду в *(1 + r)* разів.

Приклад 5. Вартість устаткування С = 1 200 тис. грн; термін дії договору n = 5 років; періодичність платежів *m = 2* рази на рік; річна лізингова ставка дохідності r = 20%; лізингові платежі здійснюють на початку періоду.

За формулою (10) розрахуємо величину лізингового платежу:

$$R = \frac{1200/1{,}1 \times 0{,}1}{1-(1+0{,}1)^{-10}} = 195{,}29/1{,}1 = 177{,}54.$$

Заповнення таблиці 3 відбувається аналогічно з таблицею 2. Однак, з першого лізингового платежу винагорода не утримується, а вся сума йде на відшкодування вартості майна. Загальна сума лізингових платежів при виплатах на початку періоду є меншою, ніж у випадку з виплатами наприкінці періоду (1 775 тис. грн. проти 1 953 тис. грн.).

Таблиця 3

Номер платежу	Залишкова вартість майна Ui	Відшкодування вартості майна Bi	Лізингова винагорода Ai	Лізингові платежі Ri
1	1 200	177,54	0	177,54
2	1 022,46	75,29	102,25	177,54
3	947,16	82,82	94,72	177,54
4	864,34	91,11	86,43	177,54
5	773,23	100,22	77,32	177,54
6	673,02	110,24	67,30	177,54
7	562,78	121,26	56,28	177,54
8	441,52	133,39	44,15	177,54
9	308,13	146,73	30,81	177,54
10	161,40	161,40	16,14	177,54
Разом	0,00	1200	575,40	1 775,40

Аналіз схем споживчого кредитування

Споживче кредитування призначене для фізичних осіб, які використовують позичені кошти на купівлю побутової техніки, автомобілів тощо. Кредиторами виступають комерційні банки та кредитні спілки. Схема розрахунків ґрунтується на методиці фінансових рент. Основною відмінністю споживчого кредитування від лізингових платежів є наявність кількох виплат протягом кожного періоду (зазвичай щомісяця). Якщо припустити, що виплати здійснюють m разів протягом одного року, то формула (6) для обчислення розміру періодичного платежу R набуде вигляду:

$$R = C \times \frac{r/m}{1-(1+r/m)^{-n\times m}}. \tag{20}$$

Утримання комісії *A*. Визначаючи реальну дохідність кредитора, необхідно враховувати, що за наявності комісії *A*, позичальник насправді отримує суму у розмірі (*C* - *A*). Тоді, позначивши реальну ставку дохідності *y*, запишемо рівняння фінансової еквівалентності:

$$R = C \times \frac{r/m}{1-(1+r/m)^{-n\times m}} = (C-A) \times \frac{y/m}{1-(1+y/m)^{-n\times m}}. \tag{21}$$

Розв'язок рівняння (21) дає реальну ставку дохідності *y* кредитної операції.

Приклад 6. Купуючи автомобіль вартістю 120 тис. грн, покупець половину коштів виплатив сам, а решту суми взяв у кредит у банку під 18 % річних терміном на 2 роки. При видачі позики банк утримав комісію у розмірі 5 % від суми кредиту. Розрахувати реальну дохідність кредитної операції, за умови що позичальник погашатиме борг за методикою фінансових рент з щомісячними виплатами.

Основна сума боргу = 60 тис. грн. Сума, яку фактично отримає боржник = 60 х (1-0,05) = 57 тис. грн. Величину місячного платежу визначаємо за формулою (11), або ж використовуючи функцію ПЛТ(). Аргументи функції ПЛТ(): СТАВКА = 18 % / 12; КПЕР = 24, основна сума боргу ПС = - 60 000 (з від'ємним знаком, оскільки це заборгованість). **Результат:** місячний платіж *R* = 2995,45 грн.

За допомогою функції СТАВКА() розрахуємо **реальну ставку дохідності** цієї кредитної операції для банку. Вибираємо параметри: КПЕР = 24; величина щомісячного платежу ПЛТ = 2 995,45; фактична початкова сума кредиту ПС = - 57 000. Результат - місячна ставка дохідності дорівнює 1,95 %. Приведемо цю ставку до річного значення. Маємо: $y = (1 + 0{,}0195)^{12} - 1 = 0{,}2603$, або 26,03 %. Таким чином, за річної ставки *r* = 18 %, з урахуванням комісійних, фактична кредитна ставка *y* = 26,03 %.

Розрахунки за іпотечними позиками

Іпотека — вид забезпечення нерухомим майном, яке залишається у володінні і користуванні *іпотекодавця*. І*потекодержатель* має право в разі невиконання боржником зобов'язання одержати задоволення своїх вимог за рахунок предмета іпотеки. Іпотекодавець є боржником, а іпотекодержатель —кредитором, який передає в іпотеку відповідне нерухоме майно.

Для погашення іпотечного кредиту використовуються дві схеми: класична та схема ануїтетних платежів. При **класичній схемі** здійснюються регулярні щомісячні платежі, призначені для погашення основного боргу рівними частками і відсотків за фактичну кількість днів користування кредитом. **Схема ануїтетних платежів** передбачає **рівні щомісячні платежі**, які направляються на погашення суми основного боргу і відсотків, які розраховуються таким чином, що в кінці строку договору заборгованість повністю погашається.

Перевагою іпотечного кредитування є те, що, починаючи з моменту державної реєстрації, позичальник (іпотекодавець) стає власником нерухомості, а кредит за житло можна погашати протягом багатьох років. Вигідність іпотеки для іпотекодавця залежить від ставки дохідності та терміну кредитування.

Приклад 7. Розрахувати розміри щомісячних платежів за іпотечним кредитом $ 10 000, виданим на термін 10 років під 14 % річних. Скориставшись у середовищі *MS Excel* функцією ПЛТ(0.14/12; 10*12; -10 000), отримаємо результат: щомісячний платіж становить $ 155.27. Загальна виплачена сума буде становити $ 18 632, тобто коефіцієнт переплати становить 1.86.

У багатьох випадках, маючи справу з нерухомістю, за недостатності власних коштів, особа вибирає між орендою та купівлею в кредит (іпотекою). Теорія фінансових рент дозволяє порівняти вартість потоку щомісячних орендних платежів з викупною ціною нерухомості та прийняти правильне рішення.

Приклад 8. У зв'язку з розширенням бізнесу компанія планує відкрити новий офіс. Є вибір з двох альтернатив: купівля офісу або довгострокова оренда. Щомісячні орендні платежі складатимуть 25 тис. грн., а викупна ціна приміщення - 1 млн. грн. У випадку купівлі приміщення компанія може залучити кредит під заставу цієї нерухомості під 12 % річних з щомісячними виплатами за методикою фінансових рент. Плановий строк оренди співпадає зі строком можливого кредиту і становить 6 років. Яке рішення доцільно прийняти керівництву компанії?

Спосіб 1. Спочатку розрахуємо щомісячні платежі за іпотекою на протязі 6 років. Використаємо формулу (11) або ж функцію ПЛТ(). Результат: величина щомісячного платежу R = 19 550,19 грн. Враховуючи розмір щомісячного орендного платежу (25 тис. грн.), **доцільнішим рішенням буде купівля нерухомості** за допомогою іпотечного кредитування.

Спосіб 2. Розрахуємо теперішню вартість фінансової ренти щомісячних орендних платежів за допомогою функції ПС(). Результат - приведена вартість потоку платежів за 6 років оренди складає 1 278 760 грн., що набагато більше за викупну ціну у 1 млн. грн. Крім того, викуповуючи об'єкт нерухомості, слід врахувати, що після 6 років експлуатації він буде мати значну залишкову вартість.

Основною відмінністю іпотеки, від споживчих кредитів є довгостроковість кредитування та нижчі ставки за кредитом. Нижча дохідність іпотечного кредитування для кредитора компенсується високою надійністю повернення коштів за рахунок наявності в цій кредитній угоді застави - нерухомого майна, яке з часом майже не втрачає, а іноді і зростає в ціні.

Фонди нагромадження та погашення боргу

Фонди нагромадження капіталу створюють на *визначений термін* з метою накопичення *певної суми* коштів. В момент створення фонду фіксується його термін його і сума, яка повинна бути накопичена. Формують фонд нагромадження за рахунок рівних періодичних внесків. Будь-яке довготермінове відкладання коштів (на купівлю квартири, автомобіля, на платну освіту) можна вважати створенням фонду нагромадження коштів. На відміну від лізингових, споживчих, іпотечних кредитів розрахунки ґрунтуються не на *початковій* величині (сумі кредиту), а на *кінцевій* величині коштів (майбутній накопиченій сумі).

Позначивши величину фонду нагромадження як $C_к$, для обчислення розміру періодичного платежу отримаємо:

$$R = \frac{C_k \times r}{(1+r)^n - 1}. \tag{22}$$

Формула (22) справедлива для щорічних платежів та річної ставки дисконтування r. За наявності m періодичних платежів протягом року отримаємо:

$$R = \frac{C_k \times r / m}{(1+r/m)^{n \times m} - 1}. \tag{23}$$

При застосуванні функції ПЛТ() для фондів нагромадження, необхідно замість аргументу ПС вказувати кінцеву величину БС.

Приклад **9.** Відразу після народження дитини батьки вирішили відкладати кошти на здобуття нею вищої освіти. Для цього вони відкрили в надійному банку довгостроковий депозит з можливістю поповнення з фіксованою ставкою складних відсотків 10 % річних. Яку суму мають перераховувати батьки наприкінці кожного року, щоб до 18-річчя дитини накопичити суму величиною $100 000?

Розмір щорічного платежу є результатом роботи функції ПЛТ(0.1; 18; ; -1000000) = 2 193.02. Отже, щоб мати на банківському депозиті суму $ 100 000 через 18 років, необхідно відкладати $2 193,02 наприкінці кожного року.

Фонд погашення боргу. Цей вид фонду створює боржник за кредитною угодою, коли умовами угоди передбачено періодичні виплати відсотків за кредитом і погашення основної суми боргу наприкінці терміну кредитування.

Для виплати основної суми боргу необхідно накопичити до встановленої дати фіксовану суму грошей, тобто фактично створити фонд нагромадження, але крім цього ще й необхідно сплачувати відсотки по кредиту. Виплати відсотків та відрахування в фонд нагромадження здійснюють одночасно. Сума цих двох видів періодичних виплат за рік складає величину *річного видатку за боргом.*

Приклад 10. Кредит в розмірі 80 тис. грн. під 20 % річних надано строком на 5 років. Відсотки погашають щорічно, а «тіло» кредиту повертають в кінці строку. Боржник створив фонд погашення боргу, на залишок якого наприкінці кожного року нараховують відсотки по ставці 15 % річних. Необхідно визначити розмір річних видатків за боргом.

Спочатку розрахуємо розмір щорічного платежу, необхідного щоб за 5 років при ставці 15% накопичити 80 тис. грн. R = 11 865,24 грн. (функція БС). Щорічні відсотки за кредитом становлять: 80 х 20 % = 16 тис. грн. Річний видаток за боргом складає: 11 865,24 + 16 000 = 27 865,24 грн. Розмір всіх боргових виплат за п'ять років дорівнюватиме: 27 865,24 х 5 = 139 326,2 грн. За відсутності фонду погашення боргу розмір видатків боржника становив би 160 000 грн., тобто 32 000 грн. на рік. Маємо виграш у 160 / 139 $\approx$ 1.24 рази.

Тема 3. Оцінювання вартості цінних паперів

Класифікація цінних паперів.

1. За порядком розміщення: емісійні та неемісійні.
2. За формою існування: документарні та без документарні.
3. За формою випуску: на пред’явника, іменні, ордерні.
4. За терміном дії: безстрокові, довгострокові (більше 5 років), середньострокові (від 1 до 5 років), короткострокові (до 1 року).
5. За емітентом: юридичні особи, АРК або міські ради, держава.
6. За економічною природою: пайові, боргові, іпотечні, приватизаційні, похідні.
7. За метою випуску: фондові (інвестиційні), комерційні (розрахункові).
8. За фіксацією дохідності: із фіксованим доходом, із плаваючою ставкою доходу, із доходом, що залежить від розміру прибутку.

Моделі оцінки облігацій. ***Облігація*** — це цінний папір, що посвідчує внесення його власником грошей, підтверджує зобов'язання емітента повернути власникові облігації її номінальну вартість у передбачений термін та виплатити доход за облігацією. Облігація - це зобов'язання емітента про виплату фіксованих сум грошей у фіксовані моменти часу в майбутньому. Основні параметри облігації:

номінальна вартість (номінал); дата погашення; купонний доход; періодичність виплат відсотків.

Купонну ставку с задають у вигляді процента до номіналу:

$$c = C / N, \tag{1}$$

де С - сума платежів за один купонний період; N— номінал облігації.

Внутрішня (інвестиційна) вартість облігації V - це теперішня вартість купонних виплат та номіналу, приведених з урахуванням ставки дисконтування.

Нехай майбутні виплати за облігацією однакові, дорівнюють C і здійснюються через однакові проміжки часу. Основну суму боргу (номінал) виплачують у момент погашення облігації разом з останньою купонною виплатою. Якщо ставка дисконтування є постійною, то

$$V = \sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^n}. \tag{2}$$

Рівняння (2) - це канонічна формула *оцінювання інвестиційної вартості облігації.* Воно показує скільки на сьогодні має коштувати певна облігація, виходячи з майбутніх доходів, які виплачуватимуть її власнику.

Приклад 1. Оцінити інвестиційну вартість трирічної облігації номіналом 1000 грн. з купонною ставкою 8 % річних, якщо купонні виплати здійснюють один раз на рік, за ставкою дисконтування r = 10 % річних.

Спочатку за формулою (1) знайдемо величину періодичної купонної виплати: С = 1000 х 0,08 = 80 грн. За формулою (2) маємо:

$$V = 80/1{,}1 + 80/1{,}1^2 + 1080/1{,}1^3 = 72{,}73 + 66{,}12 + 811{,}42 = 950{,}27 \text{ (грн.)}$$

Таким чином, інвестиційна вартість облігації є меншою від номіналу.

Зазвичай облігація випускається на термін, більший від року, а купонні виплати здійснюються *m* разів на рік. У цьому разі рівняння (2) набуває вигляду:

$$V = \sum_{t=1}^{n\times m} \frac{C/m}{(1+r/m)^t} + \frac{N}{(1+r/m)^{n\times m}}. \tag{3}$$

Приклад 2. Оцінити інвестиційну вартість трирічної облігації номіналом 1000 грн. з річною купонною ставкою 5 %, якщо купонні виплати здійснюють один раз на півроку, а ставка дисконтування r = 6 %.

За формулою (3) маємо: $V = 25/1{,}03 + 25/1{,}03^2 + ... + 1025/1{,}03^6 = 972{,}91$ грн. Якщо б виплати за цією облігацією здійснювали один раз на рік, її внутрішня вартість дорівнювала б: $V = 50/1{,}06 + 50/1{,}06^2 + 1050/1{,}06^3 = 973{,}27$ грн.

Отже, частіші виплати зменшують інвестиційну вартість облігації.

Розділяють три типи облігацій: **паритетні, дисконтні, та преміальні**. Якщо купонна ставка дорівнює ринковій нормі дохідності облігацію потрібно продавати за номіналом. Це - *паритетна* облігація.

Якщо купонна ставка нижча від ринкової норми дохідності, облігацію потрібно продавати з дисконтом (знижкою). Це - *дисконтна* облігація.

Якщо купонна ставка вища від ринкової норми дохідності, облігацію потрібно продавати з премією. Облігація, ринкова вартість якої вища від номіналу, це *преміальна* облігація.

Облігація з нульовим купонним доходом

Деякі облігації (цільові та дисконтні) не мають проміжних процентних виплат. З настанням терміну погашення виплачують їх номінальну вартість. Для облігації з нульовим купоном (C = 0) класична формула (2) спрощується:

$$V = \frac{N}{(1+r)^n}. \tag{4}$$

Для забезпечення необхідної норми дохідності облігація з нульовим купонним доходом завжди розміщується зі знижкою від номіналу - з дисконтом.

Внутрішня норма дохідності облігації

Важливим показником оцінки облігації є її дохідність до погашення. *Дохідність до погашення* - це таке значення ставки дисконтування, за якої сумарна приведена вартість усіх виплат за облігацією дорівнює її теперішній ринковій вартості. Дохідність до погашення це таке значення ставки *y*, для якого

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{N}{(1+y)^n} . \quad (5)$$

Приклад 3. Є трирічна облігація номіналом 1000 грн. з купонною ставкою 5% річних, купонні виплати здійснюються один раз за півроку. Придбано облігацію за 951,9 грн. Тоді згідно з (5) дохідність до погашення можна знайти з рівняння:

$$951{,}9 = 25/(1+y/2) + 25/(1 + y/2)^2 + \ldots 1025/(1+y/2)^6 .$$

Методом підбору отримаємо значення дохідності до погашення y = 6,8 %. Для спрощення розрахунків можна використати функцію СТАВКА() *MS Excel.*

Для *облігації з нульовим купоном* дохідність до погашення

$$y = (N / P)^{1/n} - 1 . \quad (6)$$

Для отримання додатної ставки дохідності *y,* має виконуватись умова ***N>P***, тобто така облігація повинна розміщуватись з дисконтом.

Моделі оцінки векселів. В***ексель*** – це цінний папір, який посвідчує грошове зобов'язання векселедавця або його наказ третій особі сплатити після настання терміну платежу визначену суму власнику векселя (векселедержателю). Сума до погашення (номінал *N)* векселя є його майбутньою (очікуваною) вартістю. Інвестиційна вартість *V* є його теперішньою величиною, приведеною на основі ставки дисконтування r.

Інвестиційна вартість *короткострокового* векселя дорівнює:

$$V_n = \frac{N}{1 + r \times n} , \quad (7)$$

де n - термін до погашення векселя, виражений у частках року.

Інвестиційна вартість довгострокового векселя дорівнює:

$$V_e = \frac{N}{(1+r)^n} . \quad (8)$$

Отже, інвестиційна вартість векселя є нижчою від його номінальної вартості, тобто вексель є *дисконтним* цінним папером.

Моделі оцінки акцій. А***кція*** – це іменний цінний папір, який посвідчує майнові права його власника (акціонера): право на отримання частини прибутку акціонерного товариства у вигляді *дивідендів;* право на отримання частини майна акціонерного товариства у разі його ліквідації; право на управління акціонерним товариством.

Дивіденди за акціями виплачують за підсумками календарного року з прибутку, що залишається після сплати податків та інших платежів. Акції можуть бути *привілейованими* та *простими.*

Привілейовані акції дають власникові переважне право на одержання дивідендів, та на пріоритетну участь у розподілі майна акціонерного товариства у разі його ліквідації, але не дають права на управління акціонерним товариством. Виплата дивідендів провадиться незалежно від розміру одержаного прибутку. Якщо прибуток недостатній, дивіденди за привілейованими акціями виплачують за рахунок резервного фонду.

Акція, що перебуває в обігу, має номінальну вартість, ринкову вартість та інвестиційну вартість. Інвестиційну привабливість акцій визначають величиною очікуваної дохідності, яку оцінюють шляхом *дисконтування дивідендів.*

Моделі дисконтування дивідендів визначають інвестиційну вартість акції як приведену вартість потоку майбутніх дивідендів. Нехай $d_1, d_2, \ldots, d_n$ -величини дивідендів відповідно у першому, другому і подальших роках. Тоді внутрішня вартість акції V дорівнює:

$$V = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_i}{(1+r)^i} . \qquad (9)$$

Вираз (9) є *класичною моделлю* оцінювання інвестиційної вартості акції, яка передбачає, що акція *безстрокова*, дивіденди за нею будуть виплачуватися *нескінченно довго,* а коливання ринкової дохідності будуть незначними.

Для розрахунку вартості пайових цінних паперів з нефіксованим доходом на українському ринку капіталізують майбутні доходи інвестора не на нескінченний термін, а лише на 5 років.

Головна проблема застосування моделі (9) полягає у невизначеності щодо майбутніх дивідендів. Прогнозуючи дивіденди, роблять деякі припущення, наприклад, вважають, що майбутні дивіденди будуть постійними, або ж зростатимуть з однаковим темпом.

Важливим показником є ринкова капіталізація акцій. *Показник ринкової капіталізації (Market Capitalization*) характеризує обсяги капіталу компанії на основі ринкової оцінки вартості її акцій:

Market Capiitalization = *кількість акцій* х *ринковий курс однієї акції.*

Приклад 4. Корпорація А випустила в обіг 1 млн. акцій, ринковий курс яких на момент оцінювання становив 10 $ за одну акцію. Корпорація Б має в обігу 5 млн. акцій, ринковий курс яких на той самий момент часу теж дорівнює 10 $ за одну акцію.

Ринкова капіталізація для корпорації А становить 10 $ млн., а для корпорації Б 50 $ млн.

Нехай відомо, що показник ринкової капіталізації акцій А та Б збільшився для кожної корпорації на 5 $ млн. Тоді можна констатувати таке:

- для акцій А ринкова капіталізація зросла на 50 % (з 10 $ до 15 $ млн.), отже, ринковий курс однієї акції А в середньому становитиме 15 $.
- для акцій Б ринкова капіталізація збільшилася на 10 % (з 50 $ до 55 $ млн.), отже, ринковий курс однієї акції Б в середньому становитиме 11 $.

Для оцінки загальної місткості ринку проводять розрахунок ринкової капіталізації ринку в цілому на основі сумарної вартості всіх акцій, що котируються на ринку. Статистичний аналіз коливань загальноринкової капіталізації дає змогу визначити поточний стан фондового ринку, зокрема його піднесення та спади. Коли ринок перебуває на стадії піднесення, більшість компаній та їх акціонерів стають «багатшими» за рахунок зростання курсу акцій, а в періоди спаду, навпаки — «біднішими».

Аналіз та оцінка похідних цінних паперів

Похідні цінні папери – це строкові контракти. Строковий контракт передбачає поставку товарів через визначений термін *у майбутньому,* але контрагенти обговорюють усі умови договору *в момент його укладання. Похідні цінні папери (деривативи)* - це особливі цінні папери, які не надають їх власнику права власності на базові активи проте засвідчують його право або обов'язок на купівлю чи продаж цих активів у майбутньому по встановленій у теперішній час ціні.

Ф'ючерсний контракт (ф’ючерс) – документ, який засвідчує *зобов'язання* продати (придбати) відповідну кількість базового активу у визначений час з фіксацією ціни базового активу під час укладання контракту.

Ф'ючерс обов'язковий до виконання для обох сторін за контрактом.

За ф'ючерсом існує дві *позиції:*

- *довга* (позиція покупця ф'ючерсного контракту);
- *коротка* (позиція продавця ф'ючерсного контракту).

Ф'ючерсні контракти котируються на ринку за *ф'ючерсними цінами.* У момент виконання контракту ф'ючерсна ціна стає *спотовою ціною* (ціною ринку).

Ф'ючерсна ціна — це *реальна ціна виконання ф'ючерсного контракту,* за якою передбачено поставку базового активу у визначений термін у майбутньому. Якщо ринкова ціна базового активу підвищується, то виконувати ф'ючерсний контракт вигідно покупцю ф'ючерсу, оскільки за ф'ючерсом він може купити товар дешевше, ніж на спотовому ринку. Якщо ринкові ціни падають, то навпаки - у виграші продавець ф'ючерсу.

Опціон - це *право,* але не зобов'язання, купити (опціон на купівлю) або продати (опціон на продажу) деякий актив за встановленою по контракту ціною у визначений термін у майбутньому в обмін на сплату *премії.*

Для покупця контракту опціон є *умовною* угодою, оскільки покупець може виконувати чи не виконувати цей контракт за власним бажанням, за що і сплачує премію. Для продавця контракту опціон є *твердою* угодою, оскільки продавець, отримавши премію, зобов'язується виконати угоду, коли цього побажає покупець. Незалежно від рішення покупця опціону, видана ним премія залишається у продавця. *Премія* є ринковою вартістю опціону.

Існують два основні типи опціонів:

- *Опціон на купівлю — «кол» (call option)* - опціон з правом купівлі базового активу.
- *Опціон на продаж — «пут» (put option)* - опціон з правом продажу базового активу.

Розмір **опціонної премії** складається з двох компонентів:

- *внутрішньої* вартості;
- *часової* вартості.

Покупці опціонів готові сплатити більшу премію за опціони з довшим терміном виконання, оскільки вони мають більше часу на здійснення їх сподівань. Продавці опціонів вимагають більшої премії за опціони з більшим терміном виконання, оскільки вони ризикують протягом більшого періоду часу. Чим більший термін виконання опціону, тим вища його часова вартість.

Аналіз опціонних стратегій дає змогу зробити висновки, що довга позиція (позиція покупця) обмежує втрати розміром премії і майже не обмежує можливий прибуток. Коротка позиція (позиція продавця) навпаки - обмежує прибуток і майже не обмежує можливі втрати. Торговця в короткій позиції задовольняє також стабільність ціни, коли цінові коливання менші від розміру премії.

Тема 4. Оцінювання вартості цінних паперів

Ставка дохідності — основний параметр фінансових розрахунків

В усіх фінансових розрахунках, що враховують ефект дисконтування як *вихідна* величина завжди фігурує певний коефіцієнт приведення вартості - ставка дохідності.

Дохідність = (статок кінцевий - статок початковий) / статок початковий (1)

Для коректного порівняння ставок дохідності їх зводять до одиничного періоду часу (зазвичай до річного) з урахуванням ефекту дисконтування. Дохідність за час операції можна перетворити в еквівалентну річну ставку дохідності за співвідношенням:

$$Y_g = (1 + Y_h)^{1/n} - 1, \tag{2}$$

де Y_h - дохідність за час операції; Y_g еквівалентна річна дохідність; n - кількість років. Дохідність за весь період існування угоди називають *повною дохідністю*.

Приклад 1. Маємо короткостроковий дисконтний вексель номінальною вартістю N = 100 тис. грн та строком до погашення 0,5 року. Він розміщений з дисконтом 20%, тобто його початкова ринкова вартість P_0 = 80 тис. грн.

Очікуваний абсолютний дохід покупця векселя S_0 дорівнює величині отриманого *дисконту D* (знижки від номінальної вартості векселя):

$$S_0 = D = N – P_0 = 20 \text{ тис. грн.}$$

Дохідність фінансової операції за період від моменту купівлі до моменту погашення за формулою (1) дорівнює:

$$Y_0 = (N\text{-}P_0) / P_0 = S_0/P_0 = 0{,}25 \text{ або } 25 \%.$$

Через 3 місяці ринкова вартість векселя збільшилась до P_1 = 90 тис. грн. Якщо перепродати вексель, не дочекавшись строку погашення, то можна отримати абсолютний дохід S_1:

$$S_1 = P_1 – P_0 = 10 \text{ тис. грн.}$$

Дохідність у цьому разі дорівнює:

$$Y_1 = (P_1\text{-}P_0) / P_0 = S_l/P_0 = 0{,}125 \text{ або } 12{,}5\%.$$

Проте порівняння абсолютних величин отриманих ставок дохідностей є некоректним, оскільки вони належать до різних періодів часу. Визначимо дохідність у відсотках річних. За формулою (2) для першого випадку:

$$Y_g = (1 + 0{,}25)^2 - 1 = 0{,}5625 \text{ або } 56{,}25\ \% \text{ річних.}$$

Для другого випадку маємо

$$Y_g = (1 + 0{,}125)^4 - 1 = 0{,}6018 \text{ або } 60{,}18\ \% \text{ річних.}$$

Висновок: річна дохідність дострокового перепродажу векселя вища.

Врахування темпів інфляції у ставках дохідності. Важливим чинником, який слід враховувати при інвестуванні є *інфляція.* Норму дохідності, використану в попередніх розрахунках, називають *номінальною*. Знаючи номінальну ставку дохідності та темп інфляції можна знайти *реальну* дохідність фінансової операції. Введемо наступні позначення: r_p - *реальна* річна ставка дисконтування; π - річний темп інфляції; r - *номінальна* річна ставка дисконтування. Інфляція зменшує реальну ставку дисконтування, оскільки за темпу інфляції π товар коштує в кінці року в $(1 + \pi)$ разів більше, ніж на початку року. Отже, одна грошова одиниця зростає за рік у $(1 + r)$ раз, але її купівельна спроможність при цьому зменшується у $(1 + \pi)$ разів за рахунок інфляції. Тобто ситуацію через рік можна записати так:

$$1 + r_p = (1 + r)/(1 + \pi)$$

Звідси отримуємо вираз для *реальної* ставки дисконтування:

$$r_p = \frac{r - \pi}{1 + \pi}. \tag{3}$$

Рівняння (3) має назву *модель Фішера.* За невеликих темпів інфляції використовують наближений варіант формули (3):

$$r_p \approx r - \pi. \tag{4}$$

З рівнянь (3) та (4) випливає, що за нестабільної економічної ситуації існує *ризик недостатньої реальної дохідності інвестицій,* оскільки темпи інфляції можуть перевищувати номінальну дохідність капіталовкладень.

Приклад 2. Ставка дохідності за депозитом у комерційному банку складає 15% річних. Знайти реальну річну дохідність вкладника банку, якщо річний темп інфляції становить 12%. За формулою (3) маємо: $(0,15 - 0,12) / 1,12 \approx 2,68$ % річних.

Необхідно вміти правильно оцінити річні темпи інфляції, знаючи темпи інфляції за окремі періоди часу. Інколи для отримання річного темпу інфляції ці показники додають. При цьому суттєво занижується річний темп інфляції. Продемонструємо правильний розрахунок.

Приклад 3. Постійний темп інфляції на рівні 5 % за місяць призведе до такого річного росту цін: $\pi = 1,05^{12} = 1,796$. Отже, дійсний річний темп інфляції становить 79,6 %, а не 60%, які можна отримати простим підсумовуванням.

Врахування невизначеності та ризику у ставках дохідності

Оцінюючи дохідність фінансової угоди, необхідно враховувати, що в економіці не існує абсолютно безризикових ситуацій. Економічна діяльність здійснюється в умовах ринкової *невизначеності. Невизначеність* - це недостатньо точна оцінка деякої ситуації. Невизначеність є причиною існування *фінансових ризиків.*

Основними фінансовими ризиками є:

втрата частини або всієї суми вкладеного капіталу;

отримання доходу, нижчого від запланованого.

Приклад 4. Вексель номіналом 100 тис. грн. зі строком до погашення один рік був придбаний з дисконтом 30 %. Знайти його обіцяну та очікувану дохідності до погашення, якщо найбільш імовірну величину платежу за векселем експерти оцінили в 95 тис. грн.

Обіцяна дохідність до погашення векселя за формулою (1) становить:

$$Y = (100 - 70) / 70 = 0,43 \text{ або } 43\ \% \text{ річних.}$$

Сподівана дохідність відповідає сподіваній величині платежу, тобто:

$$Y^* = (95 - 70) / 70 = 0,36 \text{ або } 36\ \% \text{ річних.}$$

Отже, врахувавши ризик неплатежу, позичальник може отримати на 7% меншу дохідність, ніж йому було обіцяно. Ці 7% річних є *премією за ризик неплатежу.*

Золотий принцип інвестування: більш високий ступінь ризику має бути компенсований і більш високою нормою дохідності. Справедливе і обернене правило: більший сподіваний прибуток зазвичай супроводжується більш високим ступенем ризику.

Метод кумулятивної побудови. Один з основних підходів до визначення ставки дисконтування з урахуванням ризику ґрунтується на ***методі кумулятивної побудови***.

Ставка дисконтування складається з *безризикової ставки дисконтування* (ринкова дохідність майже безризикового активу) та *сукупної ринкової премії за ризик*:

$$r = r_f + r_r , \tag{5}$$

де r_f - безризикова ставка дисконтування; r_r - сукупна ринкова премія за ризик. Ризики, притаманні цінним паперам поділяють на два типи: *систематичний (загальноринковий)* та *несистематичний (індивідуальний.* Систематичний ризик - це ризик, властивий усьому ринку капіталів. Він пов'язаний зі змінами кон'юнктури і коливаннями цін та дохідностей на ринку в цілому. Цей ризик має вплив на всі об'єкти ринку. Індивідуальний ризик - це ризик, що характерний для конкретного об'єкта. З урахуванням цього, модель (5) набуває вигляду:

$$r = r_f + r_{rs} + r_{ri} , \tag{6}$$

де r_f - безризикова ставка дохідності; r_{rs} та r_{ri} - ринкові премії за систематичний та індивідуальний ризики.

Вихідною величиною для методу кумулятивної побудови є *безризикова ставка дохідності.* У США *безризиковою* вважають дохідність казначейських векселів. Історично ці боргові зобов'язання завжди погашали *вчасно* та *в повному обсязі.* В українській практиці, як безризикову використовують *середню ставку по короткострокових депозитних внесках у вільноконвертованій валюті найбільш надійних комерційних банків України.*

Модель оцінки капітальних активів (CAPM). Загальновідомим підходом до визначення ставки дисконтування з урахуванням ризику є підхід, що ґрунтується на *моделі оцінки капітальних активів* (capital asset pricing model). *Модель CAPM* сформулював Нобелівський лауреат з економіки Вільям Шарп у 1964 р. **Модель CAPM** задає ставку дисконтування r для фінансового ринку наступним чином:

$$r = r_f + \beta \times (r_m - r_f), \tag{7}$$

де r_f - безризикова ставка дисконтування; r_m - середньоринкова ставка дохідності; (r_m - r_f) - сукупна ринкова премія за ризик; β - коефіцієнт чутливості.

Коефіцієнт чутливості β - показник залежності зміни дохідності фінансового інструменту від зміни середньоринкової дохідності. Чим сильніше дохідність цінного паперу реагує на ринкові тенденції, тим цей актив *ризикованіший*, бо він може принести великі прибутки або збитки навіть за незначних ринкових змін. Отже, коефіцієнт чутливості «бета» є мірою ринкового ризику. На розвинених фондових ринках існує класифікація акцій за ступенем ризику, відповідно до значень коефіцієнта «бета» (табл. 1).

Таблиця 1.ГРАНИЧНІ ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ЧУТЛИВОСТІ β

Значення	**Економічна інтерпретація**	**Ступінь ризику**
$\beta < 0$	Рідкий випадок, дохідність акції та середньо-ринкова взаємно обернені	
$\beta = 0$	Дохідність акції майже не залежить від змін ринку. Це безризиковий цінний папір	Ризик майже відсутній
$0 < \beta < 1$	Дохідність акції слабко реагує на зміни ринку. Такі акції називають *захисними*	Ризик нижчий за середньоринковий
$\beta = 1$	Дохідність акції змінюється аналогічно до середньоринкової дохідності. Такий коефіцієнт має так званий *ринковий* портфель	Ризик на рівні середньоринкового
$\beta > 1$	Дохідність акції сильно залежить від змін ринку. Такі акції називають *агресивними (спекулятивними)*	Ризик вищий за середньоринковий

Ставку дисконтування *r*, розраховану за канонічною формулою (7), називають *рівноважною ставкою дохідності.* Насправді фондовий ринок ніколи не перебуває у рівновазі. Тому *фактична дохідність* може відрізнятися від рівноважної дохідності. Для врахування відхилення від стану ринкової рівноваги вводять *коефіцієнт* α *(«альфа»).* Коефіцієнт α - різниця між *фактичною* очікуваною дохідністю фінансового активу та її *рівноважною* очікуваною дохідністю. Увівши у формулу (7) коефіцієнт α, отримаємо рівняння характеристичної прямої

$$r = \alpha + r_f + \beta \times \left(r_m - r_f\right). \quad (8)$$

Значення α можна інтерпретувати як *надлишкову дохідність*, оскільки цей коефіцієнт показує *недооціненість* або навпаки - *переоціненість* цінного паперу на ринку.

Раціонально діючий інвестор буде завжди дотримуватися правила *«прагни найбільшого "альфа" та найменшого "бета",* оскільки чим більше значення α, тим привабливіший актив для інвестування, і чим менше значення β, тим він надійніший.

Модель Марковіца. Нобелівський лауреат Г.Марковіц вперше вказав на те, що при формуванні портфелю цінних паперів необхідно враховувати не лише їх дохідність а і ступінь ризику. Основними параметрами моделі Марковіца є дохідність та ризикованість цінних паперів, які входять у портфель.

Дохідність портфеля цінних паперів — це середньозважена дохідність паперів, які входять у портфель, визначається за формулою:

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} x_i \times r_i \, , \quad (9)$$

де: N – кількість цінних паперів, які входять у портфель; x_i – процентна частка даного паперу в портфелі ($\sum_i x_i = 1$); r_i – дохідність даного паперу. Дохідність даного виду акцій r_i на мінімальному часовому проміжку зазвичай розраховується за співвідношенням

$$r_i = \frac{P_i^{t+1} - P_i^t + D_i}{P_i^t}. \quad (10)$$

Тут P_i^t - ціна акції в попередній момент часу, P_i^{t+1} - ціна акції в наступний момент часу, D_i - дивіденди, виплачені власнику цінних паперів за розглянутий проміжок часу. При тривалих спостереженнях дохідність цінного паперу оцінюють за співвідношенням

$$r_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it}. \quad (11)$$

В моделі Марковіца ризик цінного паперу розглядається як середньоквадратичне відхилення дохідності від її математичного сподівання

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(r_{it} - r_i)^2}. \quad (12)$$

Для оцінки ризику портфеля необхідно спочатку оцінити кореляцію між його компонентами. Коефіцієнт кореляції між двома цінними паперами розраховують за формулою

$$\rho_{ij} = \frac{1}{(T-1)\sigma_i\sigma_j}\sum_{t=1}^{T}[(r_{it} - r_i)(r_{jt} - r_j)], \quad (13)$$

де: r_{it}, r_{jt} — дохідність цінних паперів i та j в період T. Ризик портфеля цінних паперів σ_p визначається функцією середньоквадратичного відхилення:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left(x_i \times \sigma_i \times x_j \times \sigma_j \times \rho_{ij}\right)} \quad (14)$$

де: x_i, x_j – процентна частка даних паперів у портфелі; σ_i, σ_j – ризик даних паперів (середньоквадратичне відхилення); ρ_{ij} – коефіцієнт лінійної кореляції між дохідностями r_{it} та r_{jt}.

Можливі два підходи до розв'язування задачі про оптимізацію портфельних інвестицій. Перший (пряма задача Марковіца) полягає в тому, що накладається деяке обмеження на ступінь ризику – ризик не повинен перевищувати деякого допустимого рівня σ_{req}. Дохідність портфеля при цьому повинна бути максимальною. Математичне описання моделі Марковіца для задачі на максимум дохідності буде мати вигляд:

$$\begin{cases} R_p = x_i \times r_i \to \max; \\ \sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left(x_i \times \sigma_i \times x_j \times \sigma_j \times \rho_{ij}\right)} \le \sigma_{req}; \\ x_i \ge 0; \\ \sum x_i = 1. \end{cases} \tag{15}$$

Задача (15) є нелінійною і не може бути розв'язана в рамках симплекс методу. Для розв'язування таких задач використовують методи нелінійного програмування.

Другий підхід до вирішення проблеми Марковіца (обернена задача Марковіца) полягає в мінімізації ризику при збереженні деякого гарантованого рівня дохідності. Математичне описання моделі Марковіца для задачі на мінімум ризику буде мати вигляд:

$$\begin{cases} \sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left(x_i \times \sigma_i \times x_j \times \sigma_j \times \rho_{ij}\right)} \to \min; \\ R_p = x_i \times r_i \ge R_{req}; \\ x_i \ge 0; \\ \sum x_i = 1. \end{cases} \tag{16}$$

При практичному застосуванні моделі Марковіца необхідно враховувати нестаціонарність часових рядів ціни акцій. Це означає, що дохідність і волатильність цінних паперів не є стабільними параметрами, а функціями від часу $r_i = r_i(t), \sigma_i = \sigma_i(t)$. Для приведення часового ряду до стаціонарного виду необхідно побудувати та вилучити тренд цього ряду. Зазвичай, для цього використовують лінійну модель тренду

$$P_t = a_0 + a_1 t\,. \tag{17}$$

Тут P_t – прогнозна ціна акції, розрахована за трендовою моделлю,

a_0, a_1 – трендові коефіцієнти, які визнаються за методом найменших квадратів на часовому відрізку довжиною T . Згідно з даною моделлю ціна акції на початку часового відрізка становить a_0, ціна акції на кінці часового відрізка - $a_0 + a_1 T$, дохідність дорівнює $a_1 T$. Головна відмінність цієї моделі від моделі Марковіца полягає в тому, що дохідність визначається не через співвідношення (10), а через значення трендового коефіцієнта росту ціни акцій на деякому часовому відрізку T . При вдалому виборі довжини часового відрізка такий підхід дозволяє уникнути випадковості в оцінці дохідності. Значення ризику акції можна оцінити через суму квадратів залишків ряду, отриманих після вилучення тренду

$$\sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^{T} \left(P(t) - a_0 - a_1 t\right)^2} \ . \tag{18}$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

ТЕМА 1. Прості та складні відсотки. Фінансова еквівалентність

Задача 1. На банківському рахунку знаходиться A гривень. Використовуючи методику простих відсотків розрахувати ріст рахунку на протязі 10 років, якщо річна дохідна ставка становить r відсотків. Побудувати таблицю росту рахунку по роках (сума на початку року, сума на кінець року, приріст,). Побудувати графік росту коштів (Точечная або Гистограмма). Дані для обчислень взяти з наступної таблиці:

Варіант	*A*, грн	*r*, %
1	10 000	15
2	12 500	15
3	15 000	14
4	17 500	14
5	20 000	14
6	22 500	13
7	25 000	13
8	27 500	12
9	30 000	12
10	32 500	11
11	35 000	11
12	37 500	10
13	40 000	10
14	45 000	9
15	50 000	9

Задача 2. Розв’язати попередню задачу використовуючи методику складних відсотків.

Задача 3. Розв'язати Задачу 1 за методикою складних відсотків при умові щоквартального нарахування відсотків.

Задача 4. За методикою складних відсотків визначити розмір початкового вкладу А0, при якому розмір кінцевого вкладу становитиме А (умова задачі 1). Побудувати таблицю та графік.

Задача 5. Порівняти, що більше R_1 гривень сьогодні, чи R_2 гривень через 8 років. Для порівняння привести суму R_2 до значення сьогоднішнього дня шляхом дисконтування.

Варіант	R_1	R_2	r , %
1	1 100	2 400	11
2	1 200	2 400	12
3	1 300	2 500	11
4	1 400	2 700	12
5	1 500	3 000	13
6	1 600	3 000	11
7	1 700	3 500	12
8	1 800	3 700	13
9	1 900	4 000	13
10	2 000	4 000	12
11	2 100	4 300	11
12	2 200	4 500	11
13	2 300	4 500	13
14	2 400	4 700	13
15	2 500	4 900	12

Задача 6. Оцінити, який з платежів є більш вигідним для платника: щорічний платіж по R_1 гривень на протязі n_1 років, чи щорічний платіж по R_2 гривень на протязі n_2 років. Відсоткова ставка $r = 10\%$.

Варіант	R_1	n_1	R_2	n_2
1	1 100	17	2 400	7
2	1 200	16	2 400	7
3	1 300	16	2 500	7
4	1 400	15	2 700	7
5	1 500	15	3 000	6
6	1 600	14	3 000	6
7	1 700	14	3 500	6
8	1 800	13	3 700	6
9	1 900	13	4 000	6
10	2 000	12	4 000	5
11	2 100	12	4 300	5
12	2 200	11	4 500	5

13	2 300	11	4 500	4
14	2 400	10	4 700	4
15	2 500	10	4 900	4

Задача 7. Оцінити більш вигідний варіант для покупця:

1) Купити квартиру за S_1 гривень;
2) Оплатити вартість квартири шляхом рівних щорічних виплат у розмірі S_2 гривень на протязі 5 років. Норма прибутковості r%.

Варіант	S_1, грн	S_2, грн	r, %
1	30 000	4 500	15
2	35 000	5 000	15
3	40 000	6 000	14
4	45 000	6 500	14
5	50 000	7 500	14
6	55 000	8 500	13
7	60 000	9 500	13
8	65 000	10 000	12
9	70 000	11 000	12
10	75 000	12 000	11
11	80 000	13 000	11
12	85 000	14 000	10
13	90 000	15 000	10
14	95 000	16 000	9
15	100 000	17 000	9

Задача 8. Покупець запропонував два варіанти розрахунків при купівлі дачі:

1) R_1 $ відразу і по R_2 $ на протязі n років;
2) R_3 $ відразу і по R_4 $ на протязі n років.

Який з варіантів вигідніший для продавця при річній відсотковій ставці r %. Для розрахунків обох варіантів використати таку послідовність: а) нарощена друга сума за n років; б) дисконтована нарощена друга сума; в) початковий платіж + дисконтована нарощена друга сума.

Варіант	R_1, $	R_2, $	R_3, $	R_4, %	n, років	r, %
1	3 000	800	4 000	400	3	11
2	3 500	1 000	5 000	200	3	12
3	4 000	1 000	5 500	250	4	10
4	4 500	1 500	6 000	1 000	4	10
5	5 000	1 200	6 500	500	4	11
6	5 500	1 000	7 000	500	5	14
7	6 000	1 500	7 500	1 000	5	12
8	6 500	2 000	8 000	1 500	6	10
9	7 000	1 000	8 500	400	6	13
10	7 500	2 000	9 000	1 200	4	12
11	8 000	2 500	9 500	600	4	11
12	8 500	1 500	10 000	1 000	5	10
13	9 000	2 000	10 500	800	7	13
14	9 500	3 000	11 000	1 000	4	10
15	10 000	2 500	12 000	1 500	5	12

Тема 2. Побудова схем кредитних розрахунків

Задача 1. Згідно договору фінансового лізингу вартість устаткування розміром С тис. грн. за термін дії договору повністю відшкодовується шляхом рівних періодичних амортизаційних відрахувань. Термін дії договору дорівнює терміну експлуатації устаткування і становить 10 років. Лізингові платежі здійснюють один раз на рік, а річна лізингова ставка дохідності r%. Визначити розмір лізингових платежів у кожному періоді та загальну суму лізингових платежів.

Варіант	*C*, грн	*r*, %
1	1 000	14
2	1 100	14
3	1 200	13
4	1 300	13
5	1 400	13
6	1 500	12
7	1 600	12
8	1 700	11
9	1 800	11
10	1 900	10
11	2 000	10
12	2 100	9
13	2 200	9
14	2 300	8
15	2 400	8

Задача 2. Згідно договору фінансового лізингу вартість устаткування розміром С тис. грн. відшкодовується за методикою фінансових рент. Термін дії договору дорівнює терміну експлуатації устаткування і становить 10 років. Лізингові платежі здійснюють один раз на рік, а річна ставка дохідності r%. Визначити розмір лізингових платежів у кожному періоді та загальну суму лізингових платежів

Задача 3. Згідно договору фінансового лізингу вартість устаткувавння розміром С тис. грн. відшкодовується за методикою фінансових рент пренумерандо. Термін дії договору дорівнює терміну експлуатації устаткування і становить 10 років. Лізингові платежі здійснюють один раз на рік, а річна ставка дохідності r%. Визначити розмір лізингових платежів у кожному періоді та загальну суму лізингових платежів.

Задача 4. Купуючи автомобіль вартістю C_0 тис. грн., покупець взяв у кредит у банку під r% річних терміном на 2 роки. Розрахувати загальну суму всіх виплат, та порівняти її з початковою вартістю автомобіля. Позичальник погашатиме борг за методикою фінансових рент з щомісячними виплатами.

Варіант	C_0, грн	r, %
1	100	20
2	110	20
3	120	19
4	130	19
5	140	18
6	150	18
7	160	17
8	170	17
9	180	16
10	190	16
11	200	15
12	210	15
13	220	14
14	230	14
15	240	13

Задача 5. Купуючи автомобіль вартістю C_0 тис. грн., покупець взяв у кредит у банку під r% річних терміном на 2 роки. Крім того, при видачі позики банк утримав комісію у розмірі 5% від суми кредиту. Розрахувати загальну суму всіх виплат, та порівняти її з початковою вартістю автомобіля. Позичальник погашатиме борг за методикою фінансових рент з щомісячними виплатами. Розрахувати реальну дохідність кредитної операції

Задача 6. У зв'язку з розширенням бізнесу компанія планує відкрити новий офіс. Є вибір з двох альтернатив: купівля офісу або довгострокова оренда. Щомісячні орендні платежі складатимуть R тис. грн., а викупна ціна приміщення С млн. грн. У випадку купівлі приміщення компанія може залучити кредит під заставу цієї нерухомості на всю суму під r% річних з щомісячними виплатами за методикою фінансових рент. Плановий термін оренди співпадає з терміном можливого кредиту і становить 6 років. Яке рішення доцільно прийняти керівництву компанії?

Варіант	*C*, тис. грн	*R*, тис. грн	*r*, %
1	800	20	21
2	800	20	20
3	900	21	19
4	900	21	18
5	1 000	22	17
6	1 000	22	16
7	1 100	23	15
8	1 100	23	14
9	1 200	24	13
10	1 200	24	12
11	1 300	25	11
12	1 300	25	10
13	1 400	26	9
14	1 400	26	8
15	1 500	27	7

Задача 7. Відразу після народження дитини батьки вирішили відкладати кошти на здобуття нею вищої освіти. Для цього вони відкрили в надійному банку довгостроковий депозит з можливістю поповнення з фіксованою ставкою складних відсотків r % річних. Яку суму мають перераховувати батьки наприкінці кожного року, щоб до 18-річчя дитини накопичити суму величиною С? Побудувати таблицю виплат.

Варіант	*C*, тис. дол.	*r*, %
1	10	8
2	15	8
3	20	9
4	25	10
5	30	10

6	35	11
7	40	12
8	45	12
9	50	13
10	55	14
11	60	15
12	65	16
13	70	16
14	75	17
15	80	18

Задача 8. Кредит в розмірі С тис. грн. під r1 % річних надано терміном на 5 років. Відсотки погашають щорічно, а «тіло» кредиту повертають в кінці терміну. З метою повернення кредиту боржник створив фонд погашення боргу, на залишок якого наприкінці кожного року йому нараховують відсотки по ставці r2 % річних. Визначити розмір річних видатків за боргом.

Варіант	*C*, тис. грн	*r1*, %	*r2*, %
1	45	11	7
2	50	12	8
3	55	13	9
4	60	14	10
5	65	15	11
6	70	16	12
7	75	17	13
8	80	18	14
9	85	19	14
10	90	20	15
11	95	21	16
12	100	22	17
13	105	23	18
14	110	24	19
15	120	25	20

Тема 3. Оцінювання вартості цінних паперів

Задача 1. Оцінити інвестиційну вартість чотирирічної облігації номіналом ***N*** з купонною ставкою ***c*** річних, якщо купонні виплати здійснюють один раз на рік, а ставка дисконтування становить ***r***.

Варіант	N, грн/	*c*, %	*r*, %
1	500	12	7
2	600	12	7
3	700	11	8
4	800	11	8
5	900	10	9
6	1000	10	9
7	1200	9	10
8	1500	9	10
9	2000	8	11
10	2500	8	11
11	3000	7	12
12	3500	7	12
13	4000	6	13
14	4500	6	13
15	5000	6	14

Задача 2. Оцінити інвестиційну вартість чотирирічної облігації (Задача 1) номіналом ***N*** з купонною ставкою ***c*** річних, якщо купонні виплати здійснюють двічі на рік, а ставка дисконтування становить ***r***.

Задача 3. Трирічна облігація номіналом ***N*** з купонною ставкою ***c*** річних, купонні виплати здійснюють двічі на рік, придбана за ***P*** грн. Визначити дохідність до погашення.

Варіант	N, грн.	*c*, %	P, грн.
1	500	12	450
2	600	12	550
3	700	11	650
4	800	11	750
5	900	10	850
6	1000	10	950
7	1200	9	1150

8	1500	9	1450
9	2000	8	1900
10	2500	8	2400
11	3000	7	2900
12	3500	7	3400
13	4000	6	3900
14	4500	6	4400
15	5000	6	4900

Задача 4. Згідно з опціонним контрактом "на продаж" ціна виконання контракту становить C_0, опціонна премія становить P. На момент закінчення контракту ринкова ціна контракту становить C_1. Визначити прибуток (збиток) покупця.

Варіант	C_0, грн.	P, грн.	C_1, грн.
1	50 000	12 000	60 000
2	50 000	7 000	60 000
3	50 000	5 000	45 000
4	50 000	10 000	50 000
5	100 000	25 000	130 000
6	100 000	10 000	120 000
7	100 000	15 000	90 000
8	100 000	20 000	100 000
9	150 000	30 000	190 000
10	150 000	20 000	165 000
11	150 000	20 000	140 000
12	150 000	10 000	150 000
13	200 000	30 000	250 000
14	200 000	20 000	200 000
15	200 000	10 000	180 000

Задача 5. Річна ставка дохідності становить $r\%$, темп інфляції $\pi\%$. Визначити нарощену суму через 4 роки, якщо початкове значення вкладу становить А.

Варіант	r, %	π, %	A, грн.
1	8	4	50 000
2	8	5	50 000
3	9	5	50 000

4	9	6	50 000
5	10	6	100 000
6	10	7	100 000
7	11	7	100 000
8	11	8	100 000
9	12	8	200 000
10	12	9	200 000
11	13	9	250 000
12	13	10	250 000
13	14	10	300 000
14	14	11	300 000
15	15	11	350 000

Задача 6. Визначити темп інфляції ***π%,*** якщо річна ставка дохідності становить ***r%,*** реальна нарощена сума через 4 роки становить ***S***, початкове значення вкладу становить ***A***. Для визначення параметра ***π*** використати метод підбору.

Варіант	***r***, %	***A***, грн.	***S***, грн.
1	8	50 000	65 000
2	8	50 000	60 000
3	9	50 000	55 000
4	9	50 000	45 000
5	10	100 000	120 000
6	10	100 000	110 000
7	11	100 000	105 000
8	11	100 000	90 000
9	12	200 000	250 000
10	12	200 000	230 000
11	13	200 000	210 000
12	13	200 000	180 000
13	14	300 000	360 000
14	14	300 000	330 000
15	15	300 000	280 000

Задача 7. Ціна акцій десяти компаній на протязі 20 робочих днів представлена у наступній таблиці. Вибрати таку пару акцій для май-

бутнього інвестування, яка має найменший ризик. Використати функцію КОРРЕЛ().

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
1	198.40	31.33	10.73	30.22	18.91	467.36	81.11	20.92	43.84	17.32
2	195.36	31.48	10.52	30.16	18.61	461.21	80.40	20.83	44.12	17.42
3	194.79	31.58	10.35	30.88	18.50	458.46	84.30	20.65	44.05	17.36
4	190.26	31.44	10.32	31.50	18.63	464.90	83.20	20.74	43.24	17.53
5	195.99	33.60	10.34	31.71	18.99	479.90	85.00	20.93	42.64	18.31
6	197.63	33.27	10.41	31.74	19.12	483.15	84.34	20.41	43.44	18.34
7	196.54	30.91	10.30	31.65	18.92	478.87	84.69	20.53	43.31	18.34
8	198.80	31.18	10.35	31.77	19.49	480.12	91.70	20.72	43.11	18.45
9	199.18	33.17	10.58	31.73	19.30	483.40	96.06	21.38	42.90	18.94
10	204.25	33.19	10.97	32.38	19.53	492.99	94.80	22.09	43.84	19.37
11	208.61	33.23	11.53	32.68	19.53	497.60	93.57	22.09	44.96	19.64
12	202.44	32.68	11.13	32.66	19.34	496.20	95.97	21.93	46.57	19.86
13	199.48	32.79	10.92	32.23	19.39	488.53	93.77	22.38	46.15	18.89
14	194.27	32.63	11.07	32.32	19.33	478.41	87.86	21.62	47.20	18.64
15	187.14	32.59	10.93	30.79	19.06	479.66	87.24	21.63	47.75	18.87
16	183.97	33.05	11.19	32.14	19.35	470.07	85.48	21.62	47.10	18.94
17	196.52	32.98	11.08	31.79	19.55	467.61	84.33	21.59	48.62	18.82
18	195.78	32.99	11.51	31.97	19.53	486.96	85.27	22.63	46.02	19.15
19	198.47	33.49	11.53	32.12	19.55	475.30	84.76	22.70	44.58	19.03
20	204.18	34.77	11.88	33.02	19.79	482.38	83.83	21.13	43.98	19.06

Задача 8. Для вибраної вище пари акцій підібрати формулу портфеля $x_1 - x_2 \quad (x_1 + x_2 = 1)$, при якій його фінансова привабливість буде максимальною. Значення x_1 та x_2 змінювати з кроком 0.2. Наприклад: 0.1–0.9; 0.3–0.7; 0.5-0.5; 0.7–0.3; 0.9–0.1.

Література

1. Григорків В.С., Ярошенко О.І., Нікіфоров П.О. - Фінансова математика: підручник. - Чернівці : ЧНУ, 2011. - 488с.
2. Долінський Л.Б. Фінансова математика. – К.:КНЕУ, 2009. – 265 с.
3. Малыхин В.И. Финансовая математика: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 237 с.
4. Мицель А.А. Математическая экономика: лабораторный практикум. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 184 с.
5. Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг. - М., Научно-техническое общество имени академика С.И. Вавилова, 2008. - 440 с.
6. Васильев А.Н. Финансовое моделирование и оптимизация средствами Excel 2007. – СПб.: Питер, 2009. – 320 с.
7. Вітлінський В.В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику. – К.: Деміург, 1996.- 199 с.
8. Ляшенко І.М., Короб М.В., Столяр А.М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів: Навчальний посібник- Тернопіль: Навчальна книга- Богдан, 2006.-304 с.
9. Ляшенко І.М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку.- К.: Вища школа, 1999.- 236 с.
10. Минько А.А. Прогнозирование в бизнесе с помощью Excel. – М.: Эксмо, 2007. – 208 с.